

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS E FUNDAÇÕES**



CONCRETO PROTENDIDO

Janina Schmidt de Andrade Lima

*Projeto de Graduação/2001
Orientador: Prof. Evandro Porto Duarte
Co-orientadora: Prof^a Lúcia Schmidt de Andrade Lima*

1. INTRODUÇÃO	01
1.1. HISTÓRICO	01
1.2. CONCEITO BÁSICO DA PROTENSÃO	01
1.3. CONCRETO PROTENDIDO.....	04
2. VANTAGENS E DESVANTAGENS.....	07
2.1. VANTAGENS.....	07
2.1.1. Melhor comportamento quando sujeito a ciclos de carregamento	07
2.1.2. Preço X resistência dos materiais	08
2.1.3. Seção transversal com menores dimensões.....	08
2.1.4. Menores flechas	08
2.1.5. Menor ocorrência de fissuras	08
2.1.6. Maior segurança a fadiga	09
2.1.7. Desenvolvimento de Novos Métodos Construtivos	09
2.1.8. Recuperação Estrutural.....	09
2.2. DESVANTAGENS	09
2.2.1. Menor rigidez.....	09
2.2.2. Preço do aço de protensão	09
2.2.3. Corrosão das armaduras	09
2.2.4. Ação de altas temperaturas	10
3. MATERIAIS E EQUIPAMENTOS.....	11
3.1. CONCRETO.....	11
3.1.1. Resistência à compressão.....	11
3.1.2. Resistência à tração	13
3.1.3. Retração	14
3.1.4. Fluência	14
3.1.5. Resistência a fadiga.....	15
3.2. AÇOS DE PROTENSÃO	15
3.2.1. Tipos de aço para protensão	16
3.2.1.1. Fios de Aço para Protensão	17
3.2.1.2. Cordoalhas aderentes para protensão	17
3.2.1.3. Cordoalhas Engraxadas e Plastificadas para Protensão - Não Aderentes	18

3.2.2. Corrosão dos aços de protensão.....	19
3.2.3. Fluência e relaxação dos aços de protensão.....	20
3.2.4. Resistência a fadiga.....	20
3.2.5. Influências de temperaturas altas e baixas sobre os aços de protensão.....	21
3.2.6. Influência de uma compressão transversal sobre a resistência dos aços de protensão.....	21
3.2.7. Tensões de flexão em cabos de protensão.....	21
3.3. BAINHAS.....	22
3.4. NATA DE INJEÇÃO.....	22
3.5. INJETORAS.....	22
3.6. ANCORAGEM.....	23
3.6.1. Ancoragem por aderência.....	23
3.6.2. Ancoragem de fios lisos no concreto por meio de curvatura e atrito.....	24
3.6.3. Ancoragem por meio de dispositivos de ancoragem.....	24
3.7. MACACO HIDRÁULICO.....	25
3.8. BOMBAS DE PROTENSÃO.....	25
4. RESISTÊNCIA DOS MATERIAS E TEORIA BÁSICA.....	26
4.1. CARREGAMENTOS.....	26
4.2. DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES.....	26
4.2.1. Tensões solicitantes.....	26
4.2.2. Tensões internas de protensão.....	27
4.2.3. Equação fundamental do concreto protendido.....	28
4.3. MODOS DE PROTENSÃO.....	28
4.4. QUADRO DE TENSÕES.....	29
4.5. SEÇÕES TRANSVERSAIS TÍPICAS.....	30
4.6. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO TRANSVERSAL.....	31
4.7. EXEMPLO RESOLVIDO DE UMA VIGA PROTENDIDA COM SOBRECARGAS.....	33
5. A PROTENSÃO COMO CARREGAMENTO.....	38
5.1. VISUALIZAÇÃO DOS ESFORÇOS DE PROTENSÃO.....	38
5.2. RELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES.....	39
5.3. CÁLCULO DAS FORÇAS DE DESVIAÇÃO.....	41
5.3.1. Cabo parabólico.....	41
5.3.2. Cabo poligonal.....	43
5.3.2.1. Método I – Decomposição de forças.....	43
5.3.2.2. Método II – Diferenças finitas.....	44
5.3.3. Exemplo resolvido.....	45

5.3.3.1. Poligonarizando em 4 partes	46
5.3.3.2. Poligonarizando em 8 partes	47
5.3.3.3. Poligonarizando em 16 partes	48
5.3.3.4. Poligonarizando em 32 partes	48
5.3.3.5. Poligonarizando em 64 partes	49
5.3.3.6. Poligonarizando em 128 partes	49
5.3.3.7. Poligonarizando em 256 partes	50
5.3.3.8. Poligonarizando em 512 partes	51
5.3.3.9. Relação entre P e o número de subdivisões	51
6. HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO	53
6.1. MÉTODO DAS FORÇAS.....	53
6.2. VISUALIZAÇÃO DA PROTENSÃO NA ESTRUTURA HIPERESTÁTICA	56
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	64
7.1. QUANTO À PERTINÊNCIA DO TEMA SELECIONADO.....	64
7.2. QUANTO AO MATERIAL CONCRETO PROTENDIDO	64
7.3. CONSIDERAÇÕES QUANTO À CONTINUIDADE DO TRABALHO.....	65
BIBLIOGRAFIA	67

APRESENTAÇÃO

Este trabalho foi elaborado como parte integrante do projeto de implantação do Núcleo Editorial da Faculdade de Engenharia da UERJ, cujo objetivo é viabilizar o envolvimento de professores e alunos na produção de publicações didáticas nas diferentes áreas da Engenharia.

No decorrer de minha formação acadêmica na Faculdade de Engenharia da UERJ, a atuação como estagiária em empresas que atuavam em diferentes áreas da Engenharia Civil¹, foi determinante no direcionamento do meu curso.

A opção pela ênfase “Estruturas” decorreu, principalmente, do estágio realizado na empresa Portante Engenharia de Projetos Ltda., na qual tive a oportunidade de participar de projetos de grande envergadura, executados em concreto protendido.

Paralelamente, minha vocação para o trabalho na área acadêmica foi se forjando a partir de oportunidades que me foram apresentadas pela própria Universidade, dentre as quais destaco o Programa de Iniciação Científica. Inserida nesse programa, sob fomento do CNPq, pude desenvolver pesquisa sob a orientação do Prof. José Guilherme Silva, cuja temática era o efeito do vento sobre estruturas, da qual resultaram trabalhos publicados em periódico do CNPq/PIBIC², nos anais da IX Semana de Iniciação científica da UERJ³ e do COBENGE 2000⁴.

Deslocando o foco desta apresentação para a minha trajetória acadêmica, a carência de publicações didáticas nacionais, que pudessem constituir uma base bibliográfica de qualidade, pode ser apontada como uma das principais dificuldades que se apresentaram ao longo de todo o meu curso de Engenharia. A alta qualificação do corpo docente da Faculdade e o interesse de meus professores orientadores pela implantação do Núcleo Editorial da FEN/UERJ, aliados à minha própria área de interesse profissional, foram, assim, determinantes na definição da moldura temática para o presente trabalho de graduação, que se propõe a representar um passo pioneiro visando à constituição do referido núcleo editorial.

¹ **AVAL Serviços de Engenharia e Consultoria S/C Ltda.**

- Estagiária na área de avaliação de imóveis, de setembro de 1998 a maio de 1999.

Portante Engenharia de Projetos Ltda.

- Estagiária na área de cálculo estrutural, de agosto a novembro de 2000.

MPE Montagens e Projetos Especiais S/A

- Estagiária na área de orçamento e planejamento de obras, a partir de fevereiro de 2001.

² Silva, J. G. S.; Lima, J. S. A. (2000), Análise do Comportamento de Estruturas Submetidas à Ação de Cargas Gravitacionais e Translacionais, Projeto de Iniciação Científica, CNPq/PIBIC, Rio de Janeiro, R.J., Brasil.

³ Silva, J. G. S.; Lima, J. S. A. (2000), “Um Sistema Gráfico para o Ensino e Projeto do Efeito de Cargas de Vento Sobre o Comportamento Estrutural de Torres Metálicas”, Anais da IX Semana de Iniciação Científica da UERJ, Rio de Janeiro, R.J., Brasil.

O trabalho recebeu MENÇÃO HONROSA no evento, bem como prêmio oferecido pela CREA/RJ aos melhores trabalhos nas áreas de Engenharia, Geologia e Geografia.

⁴ Silva, J. G. S.; Lima, J. S. A. (2000), “O Efeito de Cargas de Vento sobre Torres Metálicas de Telecomunicações”, Anais do COBENGE 2000, UFOP – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, M.G., Brasil.

O tema selecionado para este primeiro texto didático foi “Conceitos Fundamentais sobre Concreto Protendido”, por tratar-se de um material composto, de grande aplicabilidade na Engenharia Civil, principalmente em obras de grande porte.

A matéria apresentada neste trabalho está estruturada em sete capítulos:

Nos capítulos 1 e 2, faz-se a apresentação do material “concreto protendido” como um material composto, de seus elementos constitutivos e dos princípios básicos de seu funcionamento como material estrutural. Destacam-se, ainda as vantagens e desvantagens da utilização desse material nas diferentes situações de aplicação em obras de Engenharia. O capítulo 3 dedica-se ao estudo individualizado do comportamento mecânico e reológico de cada um dos materiais que constituem o concreto protendido. O capítulo 4 apresenta uma revisão dos conceitos básicos da Resistência dos Materiais essenciais à boa compreensão dos procedimentos adotados no cálculo e dimensionamento de peças estruturais de concreto protendido. Os capítulos 5 e 6 tratam dos esforços seccionais que são introduzidos numa estrutura de concreto pelas forças de protensão, os quais, somados às solicitações de trabalho, deverão orientar o dimensionamento final da estrutura. Por fim, no capítulo 7, apresentam-se algumas considerações finais relativas ao estudo realizado, cuja dimensão é compatível com um trabalho de fim de curso de graduação, além de se apresentarem sugestões para estudos futuros que venham a complementá-lo, transformando-o em uma publicação completa sobre o tema, o que, certamente, constituirá uma importante contribuição à formação das novas gerações de estudantes de Engenharia Civil no Brasil.

1.1. HISTÓRICO

A idéia de protensão é muito antiga, porém a introdução da protensão no concreto foi primeiramente proposta por P. H. Jackson de S. Francisco no ano de 1886. Essa primeira tentativa de utilização não foi bem sucedida, pois observou-se que ocorria forte perda do efeito da protensão ao longo do tempo. A partir daí, vários ensaios foram realizados, os quais nunca obtiveram êxito, já que as causas das perdas de protensão, os efeitos da retração e da fluência do concreto, por permanecerem desconhecidas, não eram levadas em consideração no dimensionamento. O êxito do concreto protendido só foi alcançado graças às hipóteses fundamentais estabelecidas e descritas por Eugène Freyssinet, pois esta foi a primeira vez que se fez um estudo dos fenômenos de retração e de fluência, o que permitiu quantificar as perdas de protensão e melhor avaliar a capacidade de suporte do concreto protendido. Em 1928, Freyssinet patenteou um sistema de protensão com tensões no aço superiores a 400N/mm^2 . Foi ele também quem executou a primeira obra de concreto protendido, em 1941.

Após essa primeira visão do concreto protendido surgiram, rapidamente, novas invenções e contribuições, principalmente por parte de engenheiros alemães. Vários sistemas de protensão foram então desenvolvidos. Em 1948, Gustave Magnel, da Bélgica, escreveu o primeiro livro sobre concreto protendido.

A partir de 1949 o concreto protendido passou a ser muito utilizado em pontes e grandes estruturas, o que resultou em uma aceleração em seu desenvolvimento a partir daí. Como diversas firmas e engenheiros estavam competindo neste novo mercado, uma enorme quantidade de novos sistemas de protensão foi surgindo. Pode-se afirmar, ainda, que a utilização mais generalizada do concreto protendido em grandes obras de Engenharia representou um elemento propulsor da pesquisa e desenvolvimento na área de materiais. Novos tipos de aço e outros materiais foram desenvolvidos em função das características demandadas pela nova técnica.

1.2. CONCEITO BÁSICO DA PROTENSÃO

O concreto é um material que resiste muito bem à compressão mas, por outro lado, sua resistência à tração pode ser considerada desprezível, situando-se apenas entre 8 e 14% da resistência à compressão. Para que as estruturas de

concreto possam resistir às tensões de tração, que surgirão devido às cargas nela aplicadas, torna-se necessário utilizar algum artifício. Por este motivo surgiu inicialmente o concreto armado.

O fundamento conceitual do concreto armado é o de adicionar barras de aço ao concreto, na região da peça onde surgirão tensões de tração e, em função da perfeita aderência entre o aço e o concreto que o envolve, transferir essas tensões de tração para as barras de aço, enquanto se aproveita ao máximo a resistência do concreto na zona comprimida. Para que o aço entre efetivamente em trabalho, é necessário que o concreto fissure, isto porque, apesar de pequena, a resistência à tração no concreto existe. Como o aço resiste 10 vezes mais que o concreto à tração, esse material composto vem sendo amplamente utilizado, demonstrando eficácia no seu comportamento quanto à resistência aos esforços correntes em peças estruturais.

Com o tempo, entretanto, foi surgindo a necessidade de superar maiores distâncias, o que se traduz na necessidade de maiores vãos nas estruturas de concreto. Por isso, a tensão de tração nos projetos foi se tornando tão grande que as seções de peças em concreto armado tomaram dimensões maiores que as desejáveis. Surgiu, então, o conceito de concreto protendido, que pressupõe que se aplique ao concreto uma tensão prévia de compressão, antes que este seja submetido às solicitações de trabalho. Assim, as tensões de tração produzidas pelo carregamento da estrutura, quando somadas àquelas oriundas de seu tensionamento prévio, promovem uma descompressão nas seções da peça estrutural, ao invés de submetê-las a tensões de tração, como ocorre no concreto armado.

Para ilustrar o processo de protensão, serão utilizados alguns exemplos clássicos bastante significativos:

Imagine-se, por exemplo, uma fileira de livros como a ilustrada na figura 1. Para que esses livros possam ser suspensos é necessária a aplicação de uma força horizontal de compressão. As tensões normais atuantes nas superfícies de contato entre os livros farão surgir forças de atrito capazes de mantê-los unidos.

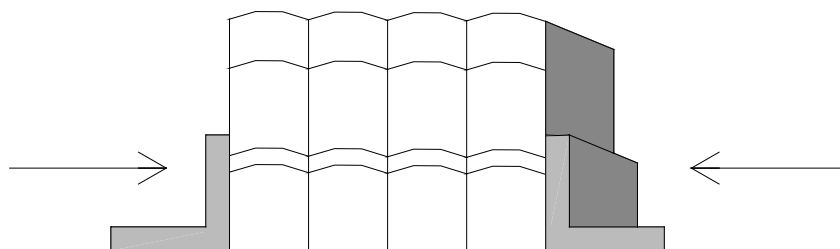


Figura 1: Introdução de pré-tensão numa fileira de livros.

Um outro exemplo de protensão são as rodas de carroça, classicamente constituídas de peças radiais de madeira que se encaixam, envoltas por um aro de aço. No momento de colocação do aro, este se encontra aquecido e, portanto, dilatado, podendo ser posicionado sem dificuldades em torno do conjunto de peças de madeira. Após o encaixe, o aro vai se resfriando até voltar à sua temperatura inicial. Durante esse processo de resfriamento, seu diâmetro volta a diminuir, originando forças de compressão nas peças de madeira, solidarizando-as num conjunto de hastes radiais protendidas.

Os barris de madeira envoltos com fita metálica também podem ilustrar o conceito de protensão. Neles, as tábuas são soltas umas das outras, mas recebem uma carga de compressão através da fita metálica e conseguem ficar bem aderidas para que não haja fendas por onde o líquido possa vazar. O carregamento aplicado pela fita metálica, de fora para dentro, que gera tensões de compressão nas seções de contato entre as tábuas, opõe-se ao efeito das forças aplicadas pelo líquido que está no interior do barril, força esta orientada de dentro para fora.

Dos exemplos, verifica-se, então, a potencialidade da protensão de solidarizar partes de uma estrutura. Essa capacidade pode ser também ilustrada pela figura 2, que mostra a utilização da protensão para unir blocos pré-moldados de concreto.

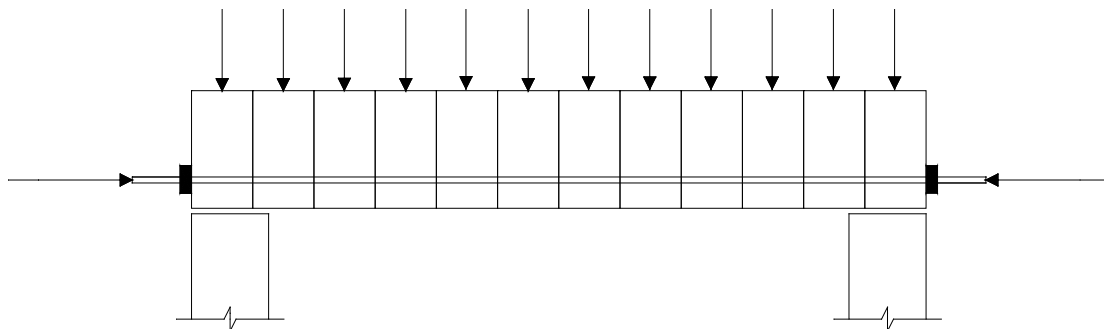


Figura 2: União de blocos pré-moldados de concreto.



Figura 3: União de blocos pré-moldados de concreto.

1.3. CONCRETO PROTENDIDO

Conforme já visto, a idéia fundamental do concreto protendido consiste em aplicar uma tensão de compressão prévia ao concreto, antes que sejam aplicadas as cargas. Isto porque, como o concreto resiste muito mais à tração que à compressão, ele poderá ser mais eficientemente utilizado se puder ser mantido integralmente no estado comprimido. Essa tensão de compressão deve ser aplicada nas regiões onde, sob a ação das solicitações de trabalho, apareceriam tensões de tração. Como exemplo, iremos estudar uma viga biapoiada.

As cargas que irão atuar nesta viga são: seu peso próprio (PP), sobrecarga permanente (SP) e sobrecarga acidental (SA). Observando a figura 4, pode-se afirmar que, sob a ação de tais carregamentos, surgirão tensões de compressão no banzo superior e de tração no banzo inferior, ao longo de toda a extensão da viga.

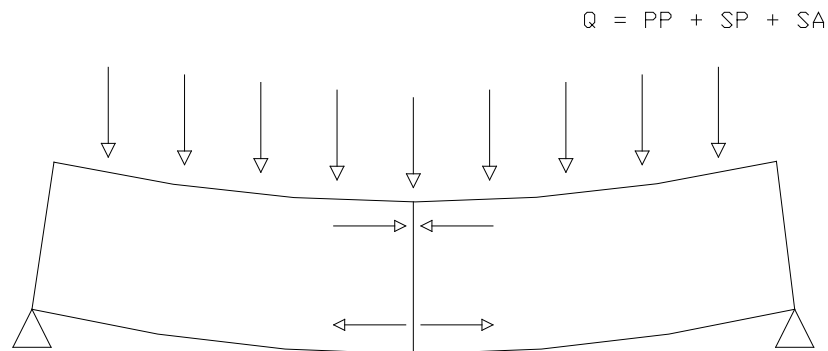


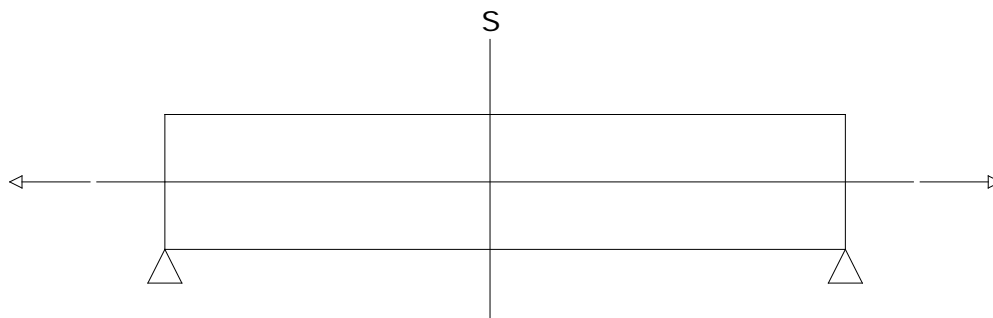
Figura 4: Viga biapoiada submetida ao peso próprio e sobrecargas permanente e acidental.

Objetivando neutralizar o efeito das tensões de tração, às quais o concreto não é capaz de resistir, pode-se utilizar a protensão. A protensão consiste em tracionar um cabo de aço no interior da viga e, após a concretagem, mantê-lo tracionado ancorando-o na própria peça, procedimento que faz com que as sucessivas seções de concreto ao longo do comprimento da viga sejam submetidas a um estado de compressão. Existem duas formas de executar a protensão, que diferem basicamente quanto à forma de ancoragem do cabo de aço tracionado: uma delas consiste em colocar o aço tracionado mergulhado dentro da viga, diretamente em contato com o concreto e, após o endurecimento do concreto, soltar o cabo de aço, que, por aderência ao concreto, irá gerar tensões de compressão no mesmo. Outra forma é colocar o cabo de aço dentro de uma bainha metálica para que não entre em contato com o concreto e, após o endurecimento, tracioná-lo e prendê-lo nas extremidades da própria peça através de ancoragens, as quais imprimirão à viga de concreto esforços normais ao longo de seu

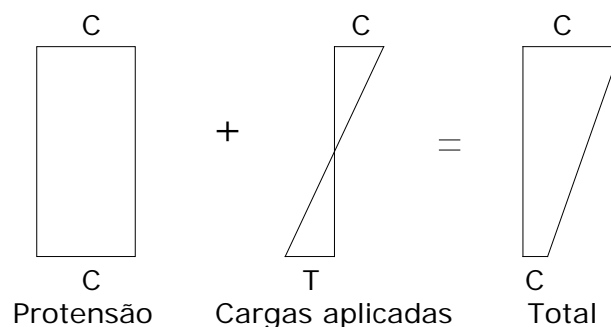
comprimento, submetendo, assim, as sucessivas seções transversais de concreto a um estado de compressão. Realiza-se, posteriormente, nesse processo, uma injeção de nata de cimento na bainha, a fim de garantir a continuidade e aderência entre os materiais.

Além de diferentes formas de executar a protensão, existem também diferentes formas de posicionar o cabo no interior da peça. Pode-se fazer passar os cabos pelos centros de gravidade das seções transversais da viga, o que geraria uma compressão uniforme ao longo da altura de cada seção. Pode-se, ainda, dispor os cabos com alguma excentricidade.

Quando os cabos são dispostos no centro das seções transversais, ou seja, no eixo longitudinal da viga, como pode ser observado na figura 5, eles geram compressão inclusive na região que também será comprimida devido às cargas de trabalho, ou seja, a protensão gera tensões adicionais de compressão no banzo superior. Isso representa, portanto, um desperdício da capacidade dos cabos, já que eles irão criar tensões de compressão onde elas não são necessárias nem desejáveis. Além disso, o acréscimo de compressão na área já comprimida pode levar à necessidade de aumentar a seção da peça, para que o concreto consiga resistir à compressão aplicada.



(a) Esquema estrutural



(b) Distribuição de tensões

Figura 5: Protensão com cabos centralizados.

Para se otimizar a eficiência da protensão, os cabos de aço devem ser posicionados de forma a reduzir as tensões geradas pelo carregamento. Numa seção submetida a flexão, a forma mais adequada de se aplicar a protensão é, portanto, com excentricidade, pois assim podem-se gerar tensões adicionais de tração na parte comprimida e de compressão na parte tencionada da seção de concreto, otimizando-se, desta forma, o processo, que, além de neutralizar a tração gerada pelo carregamento no banzo inferior, também irá reduzir a compressão no banzo superior.

Na figura 6, é possível observar que, no exemplo em pauta, o cabo deve ficar centralizado nas extremidades e que sua maior excentricidade deve ser na seção central. Isso se explica pelo fato de, numa viga biapoiada, o momento fletor no apoio ser nulo e seu maior valor se encontrar no centro do vão.

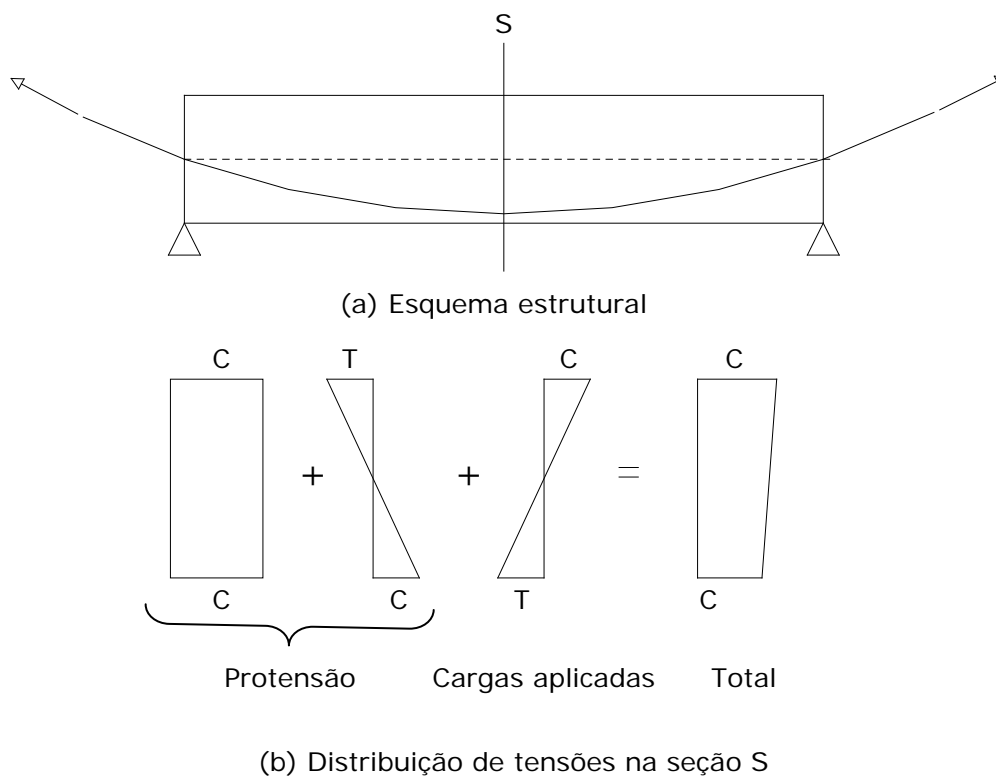


Figura 6: Protensão excêntrica.

Como se pode observar, a protensão é um sistema muito eficaz para determinados tipos de estrutura, porém, em alguns casos seria mais recomendável utilizar o concreto armado. Hoje em dia não se faz mais distinção entre um e outro. Ambos são chamados de concreto estrutural e cada um pode se mostrar mais adequado em cada caso. Tanto o concreto armado como o protendido têm suas vantagens e desvantagens dependendo da situação.

2

VANTAGENS E DESVANTAGENS

A protensão no concreto introduz forças de compressão e momentos opostos aos dos carregamentos atuantes, ou de outra forma, ao ser introduzida a protensão os cabos com sua forma curva tendem a se retificar, introduzindo assim uma força de baixo para cima (forças de desviação) que se opõem as cargas externas que atuam de cima para baixo. Isto significa de imediato uma redução na solicitação total atuante em uma peça, logo como todas as peças de concreto têm definida sua altura através do valor do momento fletor final atuante, podemos afirmar que nas peças protendidas a altura poderá ser significativamente menor devido ao fato de o momento final ser menor. Este fato representa uma vantagem multiplicativa, a qual podemos denominar de tripla vantagem, porque ao ser reduzida a altura de uma viga seu peso próprio fica menor conduzindo novamente a um menor valor de solicitação de momento fletor final. A outra vantagem decorrente deste fato é que ao ser reduzido o peso próprio da estrutura, todas as cargas de reação nos pilares e fundações ficam também menores, e como o valor do carregamento de peso próprio representa, na grande maioria dos casos, de 65% a 70% da totalidade dos carregamentos, depreende-se que os pilares e as fundações também serão de menores dimensões e conseqüentemente de menor custo.

Assim como acontece com todos os materiais, o concreto protendido também tem suas vantagens e desvantagens dependendo da aplicação a ser feita, conjugada com o sistema estático e com o sistema construtivo. Portanto esta solução somente deve ser usada quando representar, no conjunto, uma redução de custos com iguais condições de segurança, atendendo assim aos Estados Limites Último e de Utilização.

2.1. VANTAGENS

2.1.1. Melhor comportamento quando sujeito a ciclos de carregamento

Quando uma peça protendida se encontra sob ação do carregamento externo ela sofre uma descompressão e pode até mesmo aparecer uma pequena tração. Quando essa carga é retirada a viga volta à sua posição original e as tensões prévias são restabelecidas.

Quando as cargas são tão elevadas ao ponto de provocarem o tracionamento da peça previamente comprimida surgem fissuras no concreto. Retirando-se a carga, a protensão provoca o fechamento dessas fissuras.

Vários ensaios realizados com vigas protendidas sujeitas a ciclos de carregamento mostram que essas vigas mantêm seu comportamento após grande número de ciclos. Devido a essa capacidade, nas estruturas sujeitas a cargas repetidas, como pontes ferroviárias e rodoviárias, é aconselhável a utilização do concreto protendido.

2.1.2. Preço X resistência dos materiais

No concreto armado, se fosse utilizado o aço de alta resistência apareceriam fissuras em exagero o que já não ocorre no concreto protendido. Por isso o aço utilizado nos cabos de protensão têm resistência de três a cinco vezes superior à do aço utilizado no concreto armado.

Mas não é só o aço que traz essa vantagem. O concreto usado no concreto protendido possui resistência de 2 a 3 vezes maior que a do concreto armado.

O sentido econômico do concreto protendido consiste no fato de que os aumentos percentuais de preços são muito inferiores aos acréscimos de resistência utilizáveis, tanto para o concreto como para o aço de protensão.

2.1.3. Seção transversal com menores dimensões

Como no concreto protendido são utilizados materiais de alta resistência, vãos maiores conseguem ser vencidos com seções menores, ou seja, as peças são mais esbeltas e possuem menor peso próprio. Além disso, a protensão das peças gera tensões opostas às que serão geradas pelo carregamento externo. Com isso a seção pode ser reduzida.

Outro motivo que acarreta a redução da seção das peças protendidas são as forças de desviação geradas pela curvatura dos cabos de protensão. Essas forças, por serem opostas ao carregamento, reduzem o cortante atuante na peça.

2.1.4. Menores flechas

Devido à protensão dos cabos surgem forças de compressão no bordo inferior e de tração no bordo superior da viga protendida, o que gera uma contra-flecha. Após o carregamento, dependendo do tipo de protensão passa a existir uma flecha só que muito reduzida (protensão limitada) ou continua a existir uma contra-flecha só que muito menor (protensão completa).

2.1.5. Menor ocorrência de fissuras

O concreto protendido propicia a redução de fissuras através da diminuição e/ou eliminação das tensões de tração. Com a redução das fissuras se diminui o perigo de corrosão o que aumenta a qualidade e a durabilidade da peça.

2.1.6. Maior segurança a fadiga

Devido a redução e/ou eliminação das tensões de tração no concreto protendido, ocorre menos deformação na peça e com isso uma menor alternância de tensões atuantes. Por isso não ocorre a fadiga do aço.

2.1.7. Desenvolvimento de Novos Métodos Construtivos

A protensão permitiu a utilização de métodos construtivos, tais como a união de peças pré-moldadas através da protensão, construção em balanços sucessivos utilizando a protensão pois através dela consegue-se manipular os valores de tração nos diversos estados de solicitação durante a construção.

2.1.8. Recuperação Estrutural

O concreto protendido se mostra bastante eficiente na recuperação estrutural de peças que apresentam deformações exageradas. Com a aplicação da protensão, o concreto se comprime e ocorre a redução das fissuras e das flechas, recuperando a peça.

2.2. DESVANTAGENS

2.2.1. Menor rigidez

Devido à esbelteza das peças de concreto protendido, estas possuem menor rigidez que as de concreto armado.

2.2.2. Preço do aço de protensão

Se a capacidade resistente do aço de protensão não for completamente utilizada o seu preço não será vantajoso já que este tipo de aço é mais caro que o aço comum e só se mostra vantajosa devido a relação entre preço e resistência utilizável.

2.2.3. Corrosão das armaduras

As armaduras de pequeno diâmetro são mais sensíveis à corrosão, uma vez que a perda de uma certa espessura superficial representa uma porcentagem maior de perda de seção.

Os aços utilizados para protensão sofrem o mesmo tipo de corrosão eletrolítica que armaduras de concreto armado. Os fios ou barras sujeitos a tensões de trações elevadas, como é o caso da armadura de protensão, podem também apresentar uma forma mais perigosa de corrosão, denominada corrosão sob

tensão, caracterizada por uma fissura transversal que provoca ruptura frágil do material. Em face desse tipo de corrosão, as armaduras protendidas são consideradas muito sensíveis à corrosão, requerendo medidas de proteção mais rigorosas que as armaduras convencionais não protendidas.

2.2.4. Ação de altas temperaturas

Com o aumento da temperatura, a resistência da armadura protendida diminui, e o esforço da protensão é reduzido gradualmente. A fissuração da viga aumenta, produzindo-se grandes deformações. Havendo água nos dutos de protensão pode, inclusive, haver explosões localizadas devido à formação de vapor.

A resistência do concreto protendido ao fogo depende da espessura de cobertura da armadura.

Em casos especiais, pode-se aumentar a resistência ao fogo com revestimentos isolantes.

3

MATERIAIS E EQUIPAMENTOS

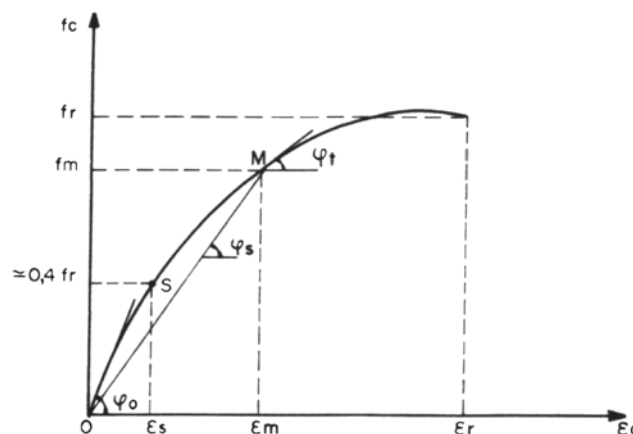
3.1. CONCRETO

O concreto é um material composto. Isso significa que ele é formado da união de alguns materiais resultando num material final. Os materiais que compõem o concreto são: Cimento, areia, brita, água e, se necessário, aditivos.

Esta união dá origem ao concreto e este novo material possui algumas características mecânicas e reológicas as quais iremos abordar a seguir.

3.1.1. Resistência à compressão

Uma das características mais importantes do concreto é a sua resistência à compressão. A resistência do concreto que será utilizada no cálculo da estrutura é chamada resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}). Para determinarmos essa resistência é necessário que sejam realizados ensaios com um número suficiente de corpos de prova, fixados pelas normas de cada país. Os corpos de prova são cilíndricos de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura. Submetendo-se esses corpos de prova à compressão axial e verificando-se as tensões aplicadas e as respectivas deformações produzidas obtemos a curva tensão x deformação do concreto, Conforme pode ser visto na figura 7. Quando a tensão permanece constante e as deformações aumentam verificamos que houve a ruptura do corpo de prova. Com o resultado dos ensaios de compressão dos corpos de prova determinamos o f_{ck} , que é o valor da tensão de ruptura encontrada em 95% ou mais dos resultados obtidos. O ensaio de compressão deve ser realizado na idade em que a estrutura será submetida ao seu carregamento total. Quando não se fizer menção em contrário, se entenderá por resistência característica do concreto, f_{ck} , aquela correspondente aos 28 dias.



Fonte: Süsskind (1983)

Figura 7: Diagrama tensão x deformação do concreto.

Através do diagrama tensão x deformação podemos determinar os módulos de elasticidade longitudinais do concreto. O módulo de elasticidade tangente é dado pela derivada da curva tensão x deformação no ponto considerado. O valor do módulo de elasticidade na origem é particularmente importante, pois os coeficientes de segurança utilizados para o cálculo das estruturas fazem com que o concreto trabalhe com uma tensão não superior a 40% daquela que caracteriza sua ruptura à compressão e nesta faixa de trabalho muda pouco a inclinação da curva do diagrama tensão x deformação.

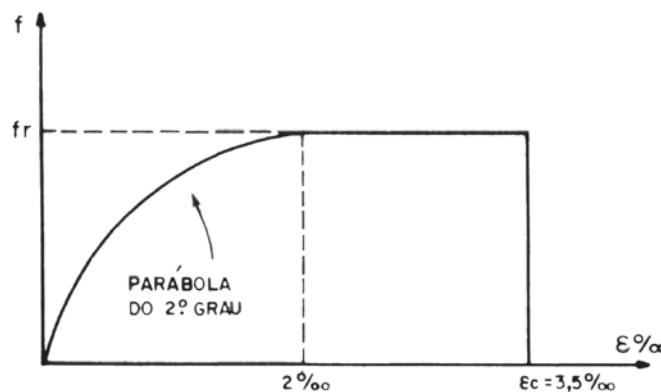
A partir de ensaios chegou-se a um valor estimado para o módulo de elasticidade tangente na origem.

$$\text{Para concreto normal: } E_o = 21.000\sqrt{f_{cj}}$$

$$\text{Para concreto leve: } E_o = 6.000\sqrt{\gamma^3 f_{cj}}$$

Onde f_{cj} é a resistência média à compressão do concreto, que pode ser considerada $f_{cj} \cong f_{ck} + 35\text{kgf/cm}^2$, e γ é o peso específico do concreto leve em t/m^3 .

Visando estabelecer um critério comum ao dimensionamento para os diversos esforços do concreto comprimido, foram analisados diversos diagramas tensão x deformação para obter um diagrama ideal (simplificado) conforme vemos na figura 8. A partir daí diversas normas passaram a recomendar a adoção desse diagrama parábola-retângulo no cálculo do concreto para carregamentos de curta duração.



Fonte: Süssekind (1983)

Figura 8: Diagrama tensão x deformação simplificado para concretos normais.

No concreto protendido utiliza-se concreto de resistência superior à que se usa geralmente no concreto armado. Isto porque, além da alta resistência do concreto limitar o encurtamento das peças por retração e fluência, no concreto protendido pode-se aproveitar melhor a resistência disponível do concreto. Como neste tipo de estrutura a seção inteira da peça trabalha, pode-se dispor de

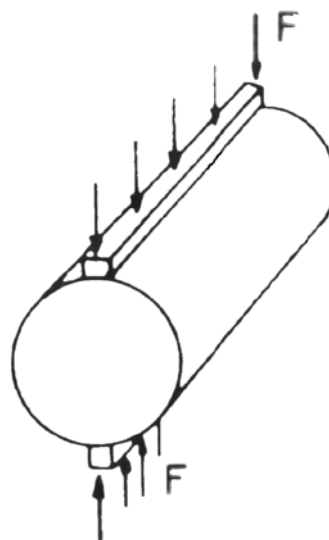
elementos com seções transversais de menores dimensões que no concreto armado. Isso leva a um menor peso próprio da estrutura, o que possibilita a execução de obras com maiores vãos. Outro fator que deve ser considerado é que durante a aplicação da protensão previamente nas peças podem surgir cargas superiores àquelas as quais a estrutura estará sujeita quando já estiver em serviço.

Resistências utilizadas	Concreto armado:	fck entre 15 e 20 MPa
	Concreto protendido:	fck entre 30 e 40 MPa

Mas não é só a resistência à compressão que deve ser levada em consideração para se utilizar um concreto no concreto protendido. Outros fatores também têm relevância. Um deles é a permeabilidade que deve ser baixa pois o aço da armadura ativa de protensão, quando está submetido a altas tensões, pode sofrer corrosão com mais facilidade.

3.1.2. Resistência à tração

A resistência à tração do concreto é obtida, assim como na compressão, através de ensaio com corpos de prova. Esses corpos de prova têm as mesmas dimensões dos utilizados nos ensaios de compressão. A diferença de um ensaio para o outro é a forma de aplicação das tensões. Enquanto no ensaio de compressão a carga era aplicada axialmente, no de tração essa carga será aplicada diametralmente conforme mostrado na figura 9. Essa carga aplicada gera tensões de tração perpendiculares à direção de aplicação do carregamento. O corpo de prova rompe por fendilhamento quando for atingida sua resistência à tração. A resistência característica do concreto à tração, f_{tk} , é determinada assim como o f_{ck} , através do resultado de uma série de ensaios.



Fonte: Sússekind (1983)

Figura 9: Carregamento diametral do corpo de prova.

A partir de dados experimentais, a norma brasileira sugere, para concretos normais, as seguintes relações entre f_{ck} e f_{tk} :

$$f_{tk} = \frac{1}{10} f_{ck} \text{ para } f_{ck} \leq 180 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{tk} = 7 + 0,06 f_{ck} (\text{kg/cm}^2) \text{ para } f_{ck} > 180 \text{ kg/cm}^2$$

3.1.3. Retração

A retração é o encurtamento da peça devido à perda de água de amassamento do concreto. Essa perda da água que não está associada quimicamente ao concreto gera uma deformação volumétrica que independe do carregamento aplicado a estrutura. Em geral o encurtamento é igual nas três direções. A retração depende de alguns fatores dentre os quais estão a temperatura, a umidade do ar e a relação água/cimento utilizada no concreto.

Quanto mais água for utilizada na execução do concreto mais este concreto pode ceder umidade à atmosfera e retrair. Pode-se afirmar também que, quanto maior a temperatura e menor a umidade do ar, maior será o encurtamento por perda de água.

A retração se dá ao longo do tempo. Não há uma uniformidade na perda de água por retração, já que esta depende das intempéries. No inverno, por exemplo, este fenômeno evolui de forma diferente do verão.

No caso do concreto protendido, o encurtamento das peças gera perdas de tensão no aço de protensão. Deve-se então levar em consideração no cálculo do concreto protendido a perda total de tensão por retração do concreto.

3.1.4. Fluência

Se uma estrutura de concreto é submetida a um carregamento que permanece constante durante um grande período de tempo, a deformação imediata provocada inicialmente por este carregamento tende a aumentar continuamente ao longo dos anos. Essa deformação contínua que surge devido ao carregamento constante é chamada de fluência do concreto ou deformação lenta.

A fluência depende de inúmeros fatores: Composição granulométrica do concreto, forma dos grãos, quantidade e tipo de cimento, relação água/ cimento, grau de compactação, grau de endurecimento antes da aplicação do carregamento, temperatura e umidade durante o endurecimento, dimensões da peça, quantidade de carga aplicada.

Assim como a retração, a fluência também gera perdas de tensão nos cabos das peças protendidas.

3.1.5. Resistência a fadiga

O concreto, como todos os materiais, apresenta menor resistência quando sujeito a ciclos de carregamento. Em geral o concreto apresenta melhor desempenho quando submetido a um único carregamento sem interrupção.

No caso do concreto protendido, quando o carregamento externo atua, a peça sofre uma descompressão e pode até mesmo aparecer uma pequena tração porém quando essa carga é retirada a peça volta à sua posição original e as tensões prévias são restabelecidas.

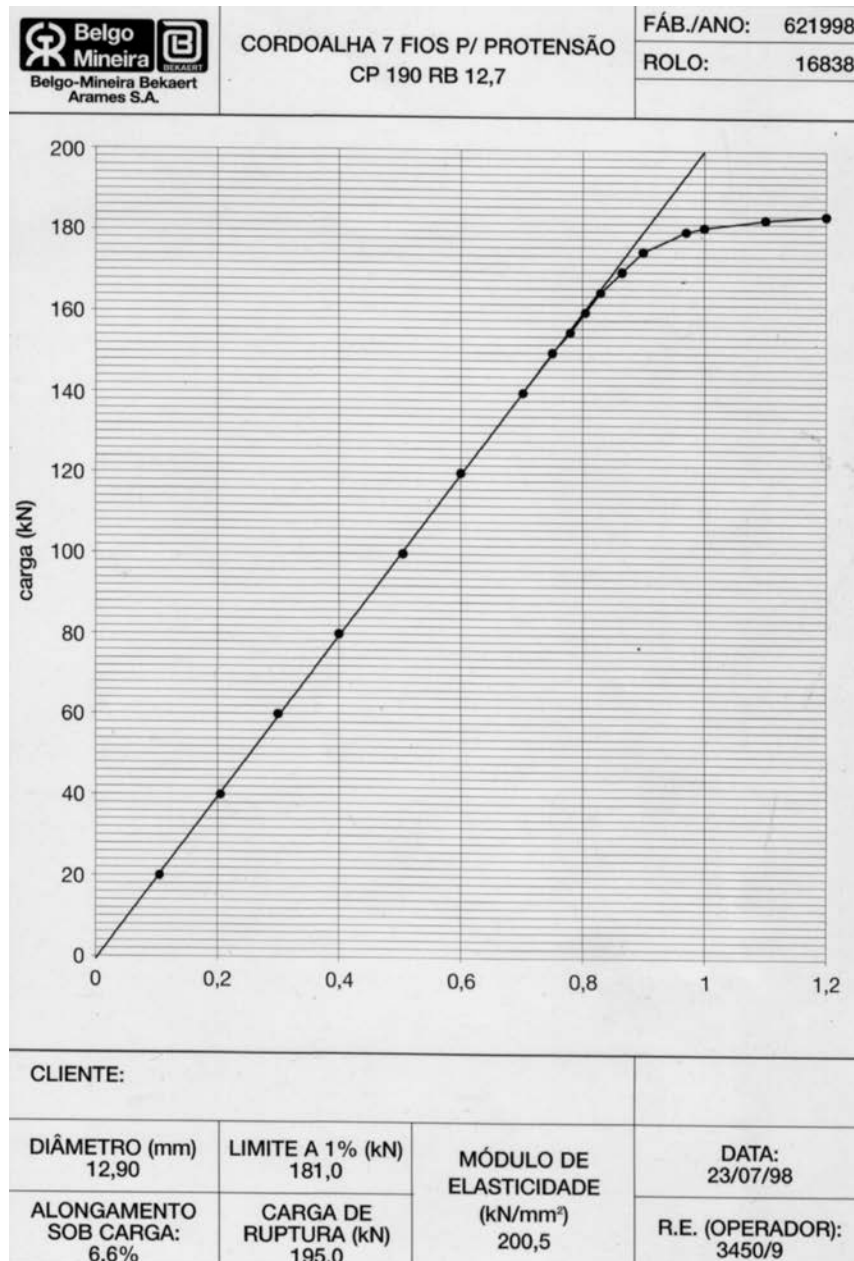
3.2. AÇOS DE PROTENSÃO

Os aços utilizados no concreto protendido devem possuir resistência elevada para que as perdas de protensão devidas à retração e fluência do concreto e à relaxação do aço sejam pequenas.

Como o módulo de elasticidade do aço possui pequena variação, seu alongamento depende quase que exclusivamente da resistência e da correspondente tensão admissível do aço. Os aços de alta resistência possuem um grande limite de alongamento. Quanto maior o alongamento do aço, menor a quantidade de aço e de força de protensão desperdiçada para compensar as perdas. No concreto armado isto seria prejudicial pois poderiam surgir fissuras excessivas, porém no concreto protendido, como a armadura é previamente alongada, esse grande limite de alongamento se torna benéfico, pois diminui a relaxação do aço tensionado. Para calcular o alongamento do aço sob tensão é necessário obter o módulo de elasticidade do aço. Que pode ser calculado a partir do diagrama tensão x deformação do aço que pode ser visto na figura 10.

Outra importante característica do aço utilizado na protensão é que seja resistente à corrosão, já que a corrosão do aço sob tensão é mais perigosa que no aço do concreto armado.

Uma grande vantagem dos aços de alta resistência é que eles podem ser fornecidos em grandes comprimentos, na forma de fios ou cordoalhas, evitando-se os problemas relacionados com a emenda da armadura em peças estruturais de grandes vãos.



Fonte: BELGO-MINEIRA (1998)

Figura 10: Diagrama tensão x deformação do aço.

3.2.1. Tipos de aço para protensão

Os aços do concreto protendido se caracterizam pela sua forma e pelo tratamento recebido.

Quanto a forma podemos classificar em:

- Fios para protensão: São fios de aço que podem ser lisos ou entalhados (para aumentar a aderência). Esses fios são fabricados nos diâmetros de 4 e 9 mm.
- Cordoalhas para protensão: São conjuntos de fios enrolados em forma de hélice. Podem ser compostas de 3 ou 7 fios.

Tanto os fios quanto as cordoalhas são fornecidos em forma de rolo como mostra a figura 11. Os fios vem em rolos de grande diâmetro e as cordoalhas em rolos sem núcleo.

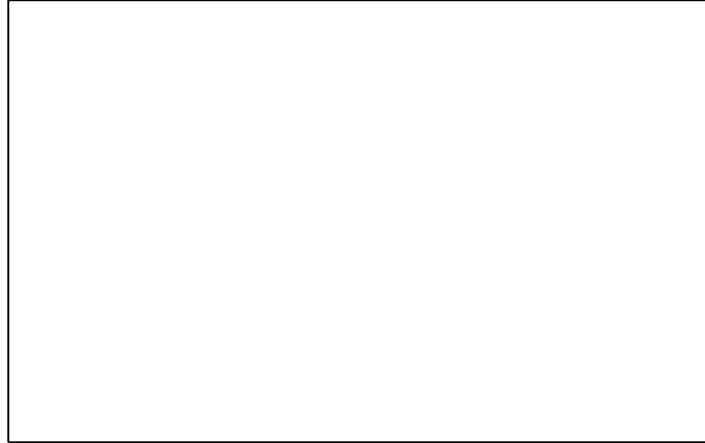


Figura 11: Cordoalhas fornecidas em rolo.

Quanto ao tratamento recebido podemos classificar em:

- Aços aliviados ou de relaxação normal (RN): Aço que recebe tratamento térmico para aliviar as tensões internas de trefilação.
- Aços estabilizados ou de relaxação baixa (RB): Aços que recebem tratamento termomecânico para melhorar suas características elásticas e reduzir as perdas de tensão por relaxação.

3.2.1.1. Fios de Aço para Protensão

Pode-se introduzir forças externas ao concreto, através do tracionamento de aços especiais de alto limite elástico. Este procedimento quando aplicado antes do lançamento do concreto chama-se pré-tração. Os fios para protensão são próprios para aplicação em peças de pequenas dimensões ou quando a protensão precisa ser muito distribuída na peça. Por seu menor diâmetro e conseqüente força menor de protensão, os fios são ideais para uso em telhas, vigotas para lajes, mourões, lajes alveolares, dormentes para estrada de ferro, etc. O tracionamento dos fios é feito em pistas longas, que permitem a fabricação de várias peças simultaneamente.

3.2.1.2. Cordoalhas aderentes para protensão

Pode-se introduzir forças no concreto também em pós-tração, quando o tracionamento do aço é feito após o concreto ter adquirido a resistência especificada. As cordoalhas de três ou sete fios, não revestidas, são utilizadas tanto em pré como em pós-tração. Executa-se a pós-tração nos próprios canteiros,

colocando-se as cordoalhas agrupadas dentro de bainhas (tubos) metálicas, as quais devem ser, depois de tracionadas as cordoalhas, preenchidas com injeção de pasta de cimento.

3.2.1.3. Cordoalhas Engraxadas e Plásticas para Protensão - Não Aderentes

Leves e de fácil manuseio, as cordoalhas são protegidas com graxa inibidora da corrosão, têm bainha plástica continuamente extrudada sobre a própria cordoalha e são produzidas em rolos de até 12.000 metros. Por essas razões representam uma grande evolução na protensão, principalmente em lajes de edifícios, pisos e radiers, ou sempre que a protensão individual de cada cordoalha seja indicada, principalmente quando for importante o uso de tracionamento com macaco hidráulico. A bainha plástica facilita o trabalho na obra, as ancoragens são simples e o trabalho descomplicado viabiliza construções com vãos maiores que 4 metros.

Nas tabelas a seguir estão especificados os fios e cordoalhas para protensão:

FIOS PARA PROTENSÃO						
Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm ²)	Massa aprox. (kg/km)	Carga mínima ruptura MPa	Carga mínima 1% along. Mpa	Along. Após ruptura (%)
CP145RB L	9,0	63,6	500	1450	1310	6,0
CP150RB L	8,0	50,3	395	1500	1350	6,0
CP170RB E	7,0	38,5	302	1700	1530	5,0
CP170RB L	7,0	38,5	302	1700	1530	5,0
CP170RN E	7,0	38,5	302	1700	1450	5,0
CP175RB E	4,0	12,6	99	1750	1580	5,0
CP175RB E	5,0	19,6	154	1750	1580	5,0
CP175RB E	6,0	28,3	222	1750	1580	5,0
CP175RB L	5,0	19,6	154	1750	1580	5,0
CP175RB L	6,0	28,3	222	1750	1580	5,0
CP175RN E	4,0	12,6	99	1750	1490	5,0
CP175RN E	5,0	19,6	154	1750	1490	5,0
CP175RN E	6,0	28,3	222	1750	1490	5,0

CORDOALHAS PARA PROTENSÃO						
Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm ²)	Massa aprox. (kg/km)	Carga mínima ruptura KN	Carga mínima 1% along. KN	Along. Após ruptura (%)
CORD.CP190RB 3X3,0	6,5	21,8	171	40,8	36,7	3,5
CORD.CP190RB 3X3,5	7,6	30,3	238	57,0	51,3	3,5
CORD.CP190RB 3X4,0	8,8	38,3	300	74,8	67,3	3,5
CORD.CP190RB 3X4,5	9,6	46,5	366	87,7	78,9	3,5
CORD.CP190RB 3X5,0	11,1	66,5	520	124,8	112,3	3,5
CORD.CP190RB 7	6,4	26,5	210	49,7	44,7	3,5
CORD.CP190RB 7	7,9	39,6	313	74,6	67,1	3,5
CORD.CP190RB 7	9,5	55,5	441	104,3	93,9	3,5
CORD.CP190RB 7	11,0	75,5	590	140,6	126,5	3,5
CORD.CP190RB 7	12,7	101,4	792	187,3	168,6	3,5
CORD.CP190RB 7	15,2	143,5	1126	265,8	239,2	3,5

3.2.2. Corrosão dos aços de protensão

A corrosão é um processo eletroquímico que pode ser provocado por certos produtos químicos na presença de umidade e do oxigênio. Sabe-se que que o aço no interior do concreto está exposto à corrosão não só nas fissuras, mas também em qualquer zona porosa do concreto, desde que estejam presentes os elementos que desencadeiam o processo eletroquímico.

No caso do concreto protendido deve-se ter cuidado quanto à corrosão já que, além dos cabos possuírem pequenos diâmetros, eles se encontram previamente sob tensão.

Nos locais onde a corrosão atua surgem picos de tensão pois a seção de aço é reduzida. No caso do concreto armado este problema é menor já que são utilizadas barras de aço de maiores diâmetros.

Pode-se tomar algumas medidas para proteção contra corrosão. Como os aços de protensão possuem alta sensibilidade à corrosão eles devem ser protegidos tanto na fábrica, quanto no transporte e na obra. A primeira medida é armazenar o aço de forma adequada, ou seja, em lugares cobertos, aquecidos, secos e arejados.

Outra medida que pode evitar a corrosão é impermeabilizar as bainhas onde os cabos serão montados. O espaço de tempo entre a fabricação dos cabos e sua montagem e injeção da nata de cimento deve ser o menor possível pois, quando a obra já está concluída o perigo da corrosão acaba, desde que a injeção da nata de cimento tenha sido feita cuidadosamente e de acordo com as normas.

3.2.3. Fluência e relaxação dos aços de protensão

Assim como no concreto, a fluência do aço consiste na deformação que aumenta com o tempo mesmo que a tensão aplicada permaneça constante. A relaxação é o contrário. É a perda de tensão no aço mesmo com seu comprimento permanecendo constante. Os fatores que influenciam nestes dois fenômenos são seu processo de fabricação e a qualidade do aço.

Para o concreto protendido, a deformação devida a fluência do aço, sob tensão constante não é decisiva, isto porque nas estruturas protendidas não é a tensão no aço que deve permanecer constante e sim o comprimento deformado após a protensão. Esse comprimento é aproximadamente constante, na realidade ele se encurta de um valor insignificante devido a retração e fluência do concreto.

3.2.4. Resistência a fadiga

No concreto protendido só atuam nos cabos tensões de tração. Quando as cargas atuantes são permanentes não oferecem perigo já que no cálculo é garantida a segurança de não se atingir o limite de escoamento. Quando as cargas são dinâmicas e repetidas a variação de tensão se dá no concreto, e este fornece pequenas alterações de deformação já que a variação de tensões não deve exceder um determinada amplitude de variação de tensões oscilantes em torno de uma tensão média suportada por um corpo de prova sem ruptura ou deformação excessiva. Este valor da amplitude máxima da variação de tensões é a chamado resistência à fadiga do aço. Este valor é definido como a amplitude de tensão suportada após 2×10^6 ciclos de carregamento. A tabela abaixo apresenta os valores garantidos das amplitudes de oscilação dos aço de protensão usuais.

Tipo de aço de protensão	Amplitude de oscilação de tensões (resistência à fadiga)
Fio – liso Barra – lisa	240 N/mm ²
Fio – nervurado Fio – Com saliências Cordoalhas	200 N/mm ²
Fio rosqueado Barra rosqueada	190 N/mm ²

3.2.5. Influências de temperaturas altas e baixas sobre os aços de protensão

É muito importante saber as propriedades dos aço de protensão em presença de altas temperaturas. Isso vale não só para proteção contra incêndio como também para determinadas estruturas como por exemplo indústrias que operem com altas temperaturas. As altas temperaturas podem aumentar a relaxação do aço e reduzir sua resistência à tração. Quando esta temperatura é menor que 250° C a resistência à tração não sofre variação mas a relaxação do aço aumenta. Quando uma temperatura elevada de até 300° C atua por um curto período de tempo as propriedades praticamente se mantêm.

Com relação as baixas temperaturas pode-se afirmar que quando a temperatura de utilização é menor que a temperatura ambiente, o limite de escoamento, a resistência à tração e o alongamento de ruptura dos aços aumentam.

3.2.6. Influência de uma compressão transversal sobre a resistência dos aços de protensão

Toda vez que aplicamos uma grande tensão de compressão transversal a resistência à tração do aço diminui. O grau de diminuição depende da forma como esta carga de compressão for aplicada. Quando aplicamos a carga em fios de aço através de cutelos arredondados de aço duro a resistência à tração tem uma perda considerável, já se esta carga for aplicada através de uma superfície plana constituída de aço macio, a influência da compressão sobre a resistência à tração não é muito grande. No caso das cordoalhas a aplicação de tensão de compressão transversal tem muito pouca influência sobre a resistência à tração.

3.2.7. Tensões de flexão em cabos de protensão

Conforme visto no capítulo 1, os cabos de protensão geralmente são instalados com curvatura por isso as barras ou fios de aço são dobrados. Devido ao dobramento do aço surgem tensões de flexão. A tensão máxima de flexão por dobramento de um fio de seção circular de diâmetro d , com raio de curvatura r é

$$\text{dada por } \sigma = \frac{d \times E}{2r}.$$

No caso da protensão a tensão de flexão por dobramento é eliminada pela fluência do aço. A resistência à tração do aço praticamente não diminui com as tensões de flexão. Por isso não é necessário levar em consideração tensões de flexão por dobramento em cabos de protensão.

3.3. BAINHAS

A bainha é um tubo por onde são passados os cabos de protensão. Ela serve para que o cabo possa deslizar sem atrito.

No caso de protensão sem aderência são utilizadas bainhas de plástico lisas. Já no caso de protensão com aderência posterior utiliza-se a bainha feita de chapas de aço, com espessura de 0,1 a 0,35 mm costuradas em hélice. A bainha possui ondulações transversais que trazem algumas vantagens.

Como a bainha é ondulada ela possui maior rigidez mas continua permitindo sua curvatura, facilitando assim o transporte que pode ser feito até mesmo em forma de rolo. Outra vantagem é que, por ser ondulada ela facilita emendas por meio de luvas rosqueadas. E por fim, a aderência posterior feita com auxílio da injeção da nata de cimento no interior da bainha se torna mais eficaz devido às saliências e reentrâncias da mesma.

3.4. NATA DE INJEÇÃO

Chama-se nata de cimento uma mistura de água, cimento e eventuais aditivos. Estes têm por finalidade diminuir a exsudação e causar uma ligeira expansão. A nata de cimento, como já foi citado anteriormente, serve para criar uma aderência posterior entre os cabos e a bainha, além de proteger as armaduras contra a corrosão. A nata de cimento deve ter boa fluidez e esta deve se manter até que a injeção esteja concluída. Pode-se utilizar aditivos para garantir a fluidez necessária da nata porém devem ser obedecidas as normas vigentes.

Como o aço sob tensão fica mais susceptível a corrosão, os materiais constituintes da nata de cimento não devem conter cloro. Além disso o mínimo de água possível deve ser utilizado na elaboração desta nata, observando-se a fluidez necessária.

3.5. INJETORAS

A nata citada no item anterior é injetada na bainha por meio de uma bomba injetora, devidamente testada. A injeção deve se dar lentamente e com uma pressão tão baixa quanto possível (2 a 3 bar). A injeção deve ser lenta para que a nata tenha tempo de penetrar e preencher os espaços vazios. As pressões elevadas devem ser evitadas pois estas poderiam gerar esforços de fendilhamento no concreto. Caso durante a injeção a pressão alcance um valor elevado deve-se interromper o procedimento pois provavelmente existe alguma obstrução.

3.6. ANCORAGEM

Existem algumas formas de ancoragem dos cabos de protensão, dentre elas:

- Ancoragem de extremidade por aderência com o concreto: Ancoragem por aderência.
- Ancoragem de fios lisos no concreto por meio de curvatura e atrito: constituída por laços, ganchos ou uma disposição similar da armadura de protensão no interior da peça a concretar.
- Ancoragem de extremidade por meio de dispositivos de ancoragem, na maioria placas de aço, nas quais a armadura de protensão é fixada através de porcas, cunhas, cabeçotes ou dispositivos semelhantes.

3.6.1. Ancoragem por aderência

A ancoragem por aderência é empregada, em geral, para protensão com aderência inicial. Para fios individuais a ancoragem por aderência só pode ser garantida caso se consiga desenvolver uma aderência mecânica, ou seja, quando a armadura de protensão for nervurada ou então apresentar um perfilado adequado, para que se produza um endenteamento entre a armadura de protensão e o concreto. O processo de ancoragem se dá da seguinte forma: a tensão produzida pela protensão na armadura deve ser absorvida pelo trecho da extremidade do fio. A força de protensão é transferida para o concreto por meio de trajetórias de compressão, a curvatura dessas trajetórias de compressão originam uma tração transversal no concreto em todas as direções radiais em torno da armadura de protensão. A ancoragem só se mantém se o concreto não fendilhar. No caso de forças relativamente elevadas, é necessário, em geral, adotar uma armadura transversal para absorvê-las, de preferência na forma de espiral cintando a região de ancoragem.

Uma outra forma de ancoragem por aderência é o feixe de fios que, em geral, se utiliza para protensão com aderência posterior. Os feixes de fios são dispostos circunferencialmente na extremidade do cabo de protensão por fora da bainha. Em torno dos fios adota-se uma armadura em espiral. Esse cintamento produz uma compressão transversal no interior da espiral, a qual melhora a ação da aderência.

Para o caso de grandes cabos de protensão, constituídos de fios com mossas ou saliências ou por cordoalhas, foram desenvolvidas as denominadas ancoragens em leque. Nesse caso, a partir de um determinado ponto a bainha se alarga em forma de trambeta e os fios do feixe são dispostos ordenadamente seguindo a direção do alargamento, até um ponto tal que o espaçamento entre eles seja

suficiente para que o concreto os envolva e, assim, possa se desenvolver a aderência necessária.

3.6.2. Ancoragem de fios lisos no concreto por meio de curvatura e atrito

Como a maior parte dos aços para protensão não possuem mossas ou saliência, foram desenvolvidas ancoragens que se baseiam na curvatura que se dá às barras e no atrito que então se desenvolve. No trecho da barra que possui curvaturas ou dobramentos, surge com a protensão, forças devidas às mudanças de direção. Essas forças comprimem os fios contra o concreto. Devido ao atrito a força de protensão diminui ao longo da curvatura, aumentando a curvatura do fio de tal modo que a pressão devida a mudança de direção permaneça constante, Chegou-se a uma espiral logarítmica. Essa forma naturalmente não é conveniente do ponto de vista de fabricação. Na prática, desenvolveram-se soluções mais simples, nas quais os fios são ondulados ou providos de ganchos por meio de máquinas especiais. Esses fios, dispostos em feixes, se ancoram no interior de uma armadura em espiral.

Os fios ou cordoalhas de protensão também podem ser ancorados em forma de laço. O laço pode ser montado na forma antes da concretagem ou pode ser colocado em volta de blocos de concreto pré-fabricados. O raio de curvatura do laço, no início da ancoragem, depende da pressão admissível devida à mudança de direção dos fios contra o concreto.

3.6.3. Ancoragem por meio de dispositivos de ancoragem

A ancoragem por meio de roscas e porcas se aplica ao caso de barras redondas. A rosca normal conduz a uma perda levada na carga de ruptura no caso de aços de alta resistência. Isso se evita através de laminação a frio da rosca, com isso aumenta a resistência do trecho rosqueado. A utilização de porcas normais também não é adequada porque devido a seu formato alguns fios da rosca, situados atrás da placa de ancoragem são supersolicitados. Inicialmente usava-se uma porca provida de colarinho e pescoço dispostos abaixo da posição de apoio da porca para aliviar a solicitação nesses fios. Depois surgiram as porcas cônicas, nas quais um pescoço cônico se encaixa na placa de ancoragem. Esta solução é ainda melhor que a primeira.

Todas as ancoragens rosqueadas são sensíveis a solicitações adicionais de flexão. Por isso deve-se cuidar para que a barra seja solicitada externamente centrada no trecho da rosca. As placas de ancoragem devem ser fixadas rigorosamente perpendiculares ao eixo da barra.

A ancoragem por meio de cunhas é muito antiga. Entretanto, por causa dos aços de alta resistência, em geral com superfícies lisas e duras, não foi fácil produzir ancoragens deste tipo seguras e confiáveis.

Através de ensaios ficou demonstrado que é necessário um endenteamento entre a armadura de protensão e a cunha. Esse endenteamento, devido a dureza do aço de protensão, só pode ser conseguido através de um processo cuidadoso e controlado do grau de dureza da cunha.

3.7. MACACO HIDRÁULICO

Os cabos de protensão devem ser tracionados até uma tensão bastante elevada. A melhor forma de se obter esta tensão é através de macacos hidráulicos.

Os principais macacos hidráulicos são compostos de um cilindro e um pistão, o espaço entre o cilindro e o pistão é fechado por meio de um vedante que em geral é constituído de borracha especial. Para produzir a força no macaco, introduz-se no corpo do cilindro um fluido pressurizado por meio de uma bomba de alta pressão. Os fluidos utilizados são: óleo solúvel ou diluído.

A força de protensão é a pressão hidráulica que atua sobre a área do pistão. Através da força do macaco o cabo de protensão que a ele está ligado é alongado, produzindo o alongamento de protensão. Enquanto isso a pressão hidráulica do pistão é dissipada para fora do cilindro.

3.8. BOMBAS DE PROTENSÃO

As bombas de alta pressão utilizadas para produzir força no macaco de protensão são, em geral, bombas elétricas a pistão. Essas bombas produzem cerca de 450l para 20 N/mm² e 100l para 40 N/mm². A partir da produção da bomba pode-se calcular o tempo de protensão para se atingir o alongamento previamente calculado do cabo. Para ligação da bomba com o macaco utilizam-se mangueiras flexíveis de alta pressão. Para macacos grandes, instalam-se tubulações de alta pressão constituídas por tubos sem costura de aço ou de cobre.

4 RESISTÊNCIA DOS MATERIAS E TEORIA BÁSICA

Este capítulo tem por objetivo uma revisão dos conceitos básicos da Resistência dos Materiais que sejam essenciais à boa compreensão dos procedimentos adotados no cálculo e dimensionamento de peças estruturais de concreto protendido.

4.1. CARREGAMENTOS

De forma geral, o carregamento total considerado no dimensionamento de uma estrutura pode ser decomposto em três parcelas: peso próprio (PP), sobrecarga permanente (SP) e sobrecarga accidental (SA). O peso próprio representa o carregamento devido ao peso dos materiais constitutivos da própria estrutura. A sobrecarga permanente é definida como o peso do material de revestimento da estrutura, bem como de qualquer sobrecarga aplicada de forma permanente sobre ela. A sobrecarga accidental é aquela que, embora só atue eventualmente, deve ser considerada no cálculo, por representar um importante fator determinante das condições críticas de trabalho da estrutura.

4.2. DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES

4.2.1. Tensões solicitantes

Qualquer carregamento aplicado sobre uma estrutura submete suas seções transversais a tensões internas. Na figura 12, tomando-se como exemplo uma viga biapoiada, pode-se observar a distribuição de tensões em uma seção S, bem como o diagrama de momentos fletores da estrutura submetida a um carregamento total, uniformemente distribuído.

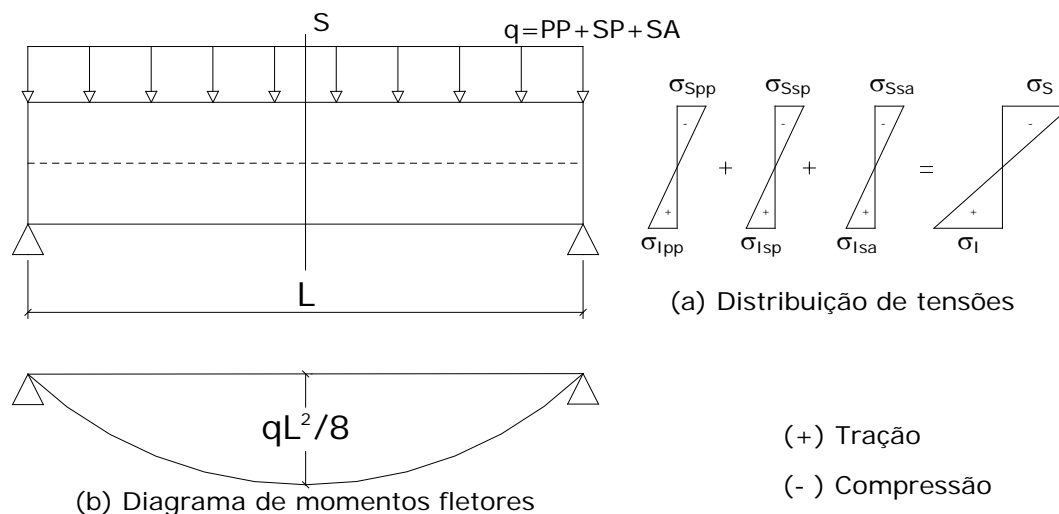


Figura 12: Tensões na seção S e diagrama de momentos fletores em viga biapoiada

4.2.2. Tensões internas de protensão

Conforme já mencionado anteriormente, o concreto é um material que possui alta resistência à compressão e pequena resistência à tração. Para maximizar o aproveitamento da capacidade resistente do concreto, pode-se utilizar o artifício da protensão, cujo objetivo é fazer com que a peça fique submetida à compressão pura ou, no máximo, a baixos níveis de tração.

Para alcançar tal objetivo é necessário que se utilizem cabos de protensão posicionados com excentricidade nas sucessivas seções transversais da peça estrutural, conforme mostra a figura 13. Tomando-se a seção (S) destacada na figura, pode-se afirmar que a força excêntrica (N) equivale à soma da própria força (N), centrada, com um momento (M_p), aplicado no centro da seção da peça, cujo módulo é dado pelo produto ($N \times e$). Esse momento vai produzir na seção uma distribuição de tensões inversa àquela gerada pelos carregamentos citados no item anterior, isto é, com tensões de tração no bordo superior e de compressão no bordo inferior. Dependendo da magnitude das tensões geradas, elas podem minimizar ou até mesmo anular as tensões de tração provocadas pelas cargas de trabalho.

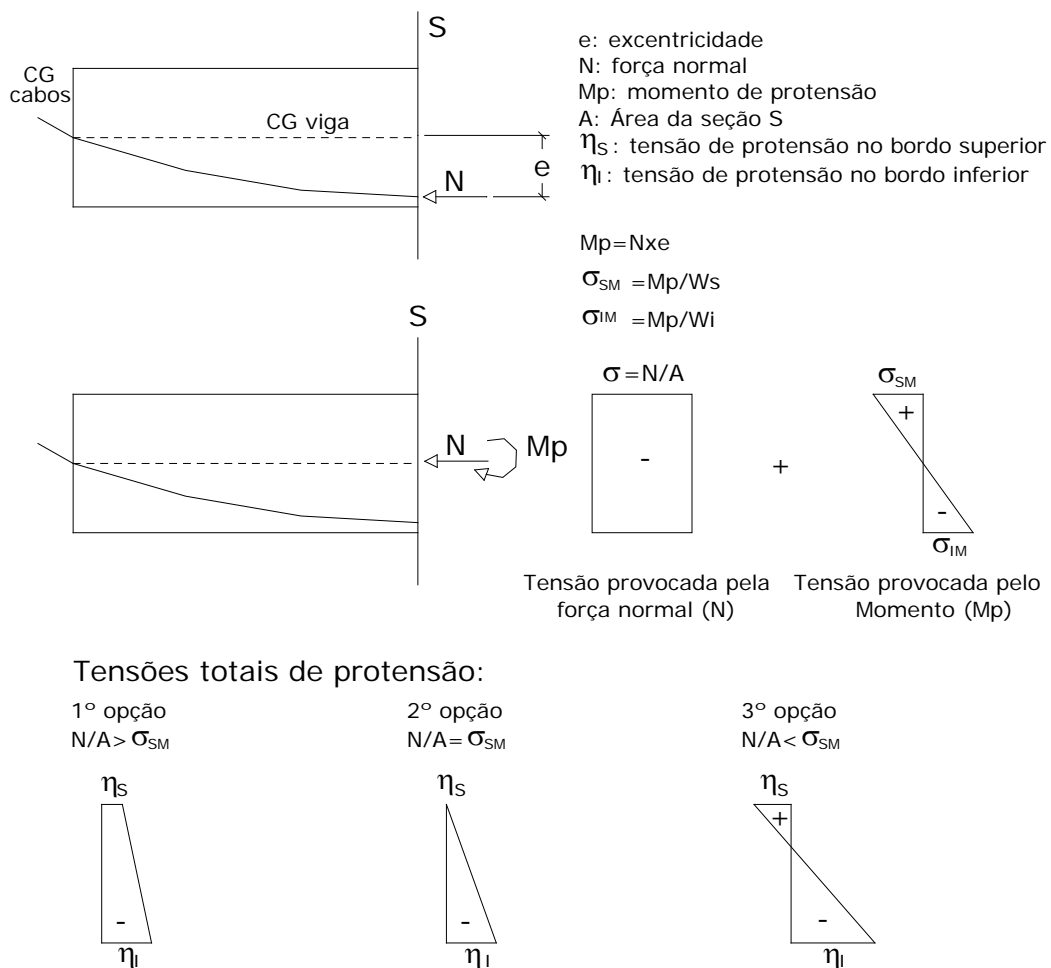


Figura 13: Tensões na seção S geradas pela protensão

A tensão total de protensão é dada pela soma da parcela provocada pela carga N aplicada no centro de gravidade da seção com a parcela provocada pelo momento de protensão que surge devido à excentricidade dessa carga.

$$\text{Tensão de protensão no bordo inferior: } \eta_i = \frac{N}{A} + \frac{M_p}{W_i} = \frac{N}{S} + \frac{N \times e}{W_i}$$

$$\text{Tensão de protensão no bordo superior: } \eta_s = \frac{N}{A} - \frac{M_p}{W_s} = \frac{N}{A} - \frac{N \times e}{W_s}$$

A tensão no bordo inferior será sempre de compressão, enquanto no bordo superior pode haver tração ou compressão, conforme mostrado na figura 13.

4.2.3. Equação fundamental do concreto protendido

Tendo em vista a baixa resistência do concreto à tração, o objetivo da protensão em estruturas de concreto é eliminar, ou pelo menos reduzir a níveis mínimos, as tensões de tração causadas pelas solicitações externas, através da aplicação de uma carga N de compressão excêntrica na peça. A equação deduzida abaixo, denominada **equação fundamental do concreto protendido**, permite quantificar o valor da carga a ser aplicada, de forma a se atingir o estado de tensões desejado em uma seção transversal, como função da tensão total de tração máxima devido às cargas de trabalho ($\sum \sigma_i$):

$$\eta_i - \sum \sigma_i = 0$$

$$\frac{N}{A} + \frac{N \times e}{W_i} - \sum \sigma_i = 0$$

$$N \left(\frac{1}{A} + \frac{e}{W_i} \right) = \sum \sigma_i$$

Os parâmetros da equação estão definidos na figura 13.

$$N = \frac{\sum \sigma_i}{\frac{1}{A} + \frac{e}{W_i}}$$

4.3. MODOS DE PROTENSÃO

Considerando-se os níveis possíveis de influência da protensão aplicada na redução das tensões de tração decorrentes da aplicação das cargas de trabalho em uma peça estrutural, pode-se dizer que existem três formas de protensão:

a) Protensão completa

Ocorre quando a protensão anula totalmente as tensões de tração na peça de concreto, ficando toda a seção transversal submetida somente a tensões de compressão.

b) Protensão limitada

Ocorre quando, após a aplicação da força de protensão, restam tensões residuais de tração na seção, cujos valores se mantêm inferiores à resistência do próprio concreto à tração. A resistência do concreto à tração é de 2 a 3 Mpa, ou seja, aproximadamente 1/10 da sua resistência à compressão.

c) Protensão parcial

Ocorre quando a protensão não elimina o estado de tração atuante na estrutura em função das cargas de trabalho, permanecendo as tensões de tração em níveis não suportáveis pelo concreto. Nesse caso, utiliza-se aço doce para complementar a armadura de aço duro.

4.4. QUADRO DE TENSÕES

A tensão total que atua em uma peça protendida consiste no somatório das tensões decorrentes do carregamento externo com a tensão aplicada pela protensão. Para calcular a tensão total atuante nas extremidades superior e inferior de uma seção transversal utiliza-se o quadro final de tensões. Esse quadro consiste em uma tabela onde constam as tensões parciais e a soma dessas parcelas, conforme planilha da figura 14. A ordem em que os dados devem constar na tabela decorre da necessidade de verificação do somatório parcial entre a tensão de peso próprio e a tensão de protensão, além do somatório total. A verificação parcial deve ser feita porque, como o peso próprio e a protensão são aplicados simultaneamente, enquanto as sobrecargas são aplicadas em momento posterior, ambas as configurações de carregamento, parcial e total, representam estados possíveis de trabalho da peça estrutural.

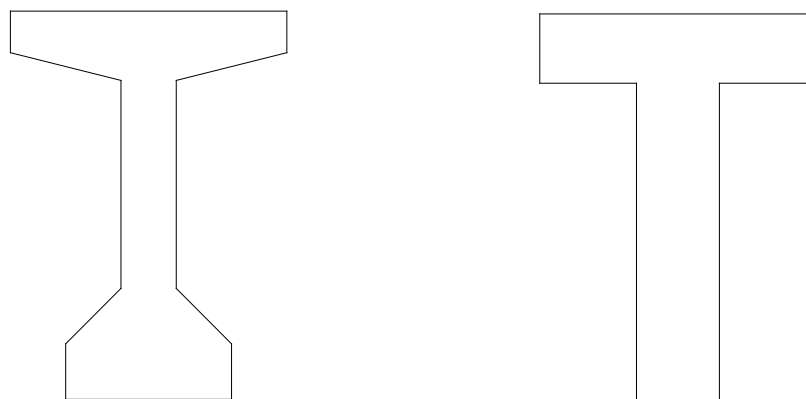
carregamento	σ_i		σ_s	
	P	Σ	P	Σ
Peso próprio	σ_{iPP}		$-\sigma_{sPP}$	
Protensão	$-\eta_i$	$\sigma_{iPP} - \eta_i$ *	η_s	$\eta_s - \sigma_{sPP}$
Sob. Perm.	σ_{iSP}	$\sigma_{iPP} - \eta_i + \sigma_{iSP}$	$-\sigma_{sSP}$	$\eta_s - \sigma_{sPP} - \sigma_{sSP}$
Sob. Acid.	σ_{iSA}	$\sigma_{iPP} - \eta_i + \sigma_{iSP} + \sigma_{iSA}$	$-\sigma_{sSA}$	$\eta_s - \sigma_{sPP} - \sigma_{sSP} - \sigma_{sSA}$ **
Critérios de verificação do concreto à compressão	$* \sigma_{iPP} - \eta_i \leq \frac{2}{3} f_{CK}$ $** \eta_s - \sigma_{sPP} - \sigma_{sSP} - \sigma_{sSA} \leq \frac{1}{2} f_{CK}$			

Figura 14: Quadro final de tensões.

4.5. SEÇÕES TRANSVERSAIS TÍPICAS

Tomando-se o exemplo de uma viga biapoçada, sabe-se que se a peça for de concreto armado, a tensão atuante em uma seção qualquer é de compressão no bordo superior e de tração no inferior. Nesse caso, adicionam-se, no bordo inferior, barras de aço que irão resistir à tração, enquanto no bordo superior o concreto absorverá as tensões de compressão. Por este motivo, utiliza-se com maior frequência a seção "T" em peças de concreto armado, uma vez que esse tipo de forma geométrica garante maior área de concreto na parte superior.

Se a mesma viga for executada em concreto protendido, sabe-se que, dependendo do módulo e da excentricidade da força de protensão, pode haver tensões de compressão tanto no bordo superior quanto no inferior. Assim, a seção mais utilizada em concreto protendido é a chamada duplo "T".



(a) Seção típica de concreto protendido (duplo "T")

(b) Seção típica de concreto armado ("T")

Figura 15: Seções transversais típicas.

4.6. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO TRANSVERSAL

As seções transversais mais utilizadas podem ser decompostas em triângulos e retângulos. Assim sendo, conhecendo as características geométricas dessas duas figuras básicas, pode-se chegar às características da seção como um todo.

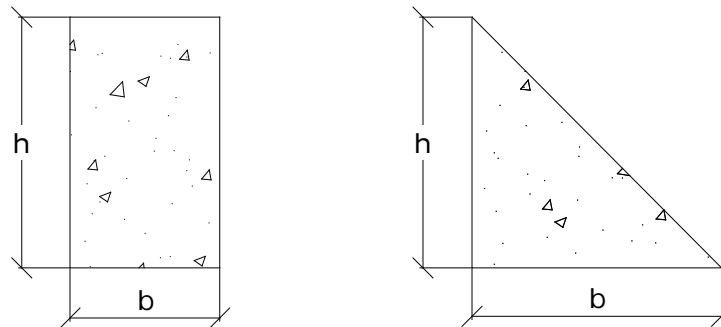
Na figura 16, são apresentadas as expressões que quantificam as seguintes características geométricas do triângulo e do retângulo:

A – área da figura

Y_i, Y_s – distâncias do centro de gravidade da figura, respectivamente, aos bordos inferior e superior

J – momento de inércia da figura em relação ao seu centro de gravidade

W_i, W_s – módulo resistente



$$A = b \cdot h$$

$$y_i = y_s = \frac{h}{2}$$

$$J = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$W_i = W_s = \frac{J}{y_i, y_s} = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$y_i = \frac{h}{3}$$

$$y_s = \frac{2h}{3}$$

$$J = \frac{b \cdot h^3}{36}$$

Figura 16: Características geométricas das figuras básicas.

Decompondo a seção típica do concreto protendido em triângulos e retângulos conforme mostrado na figura 17, podem-se determinar as características geométricas desta seção, as quais serão necessárias ao dimensionamento da peça estrutural.

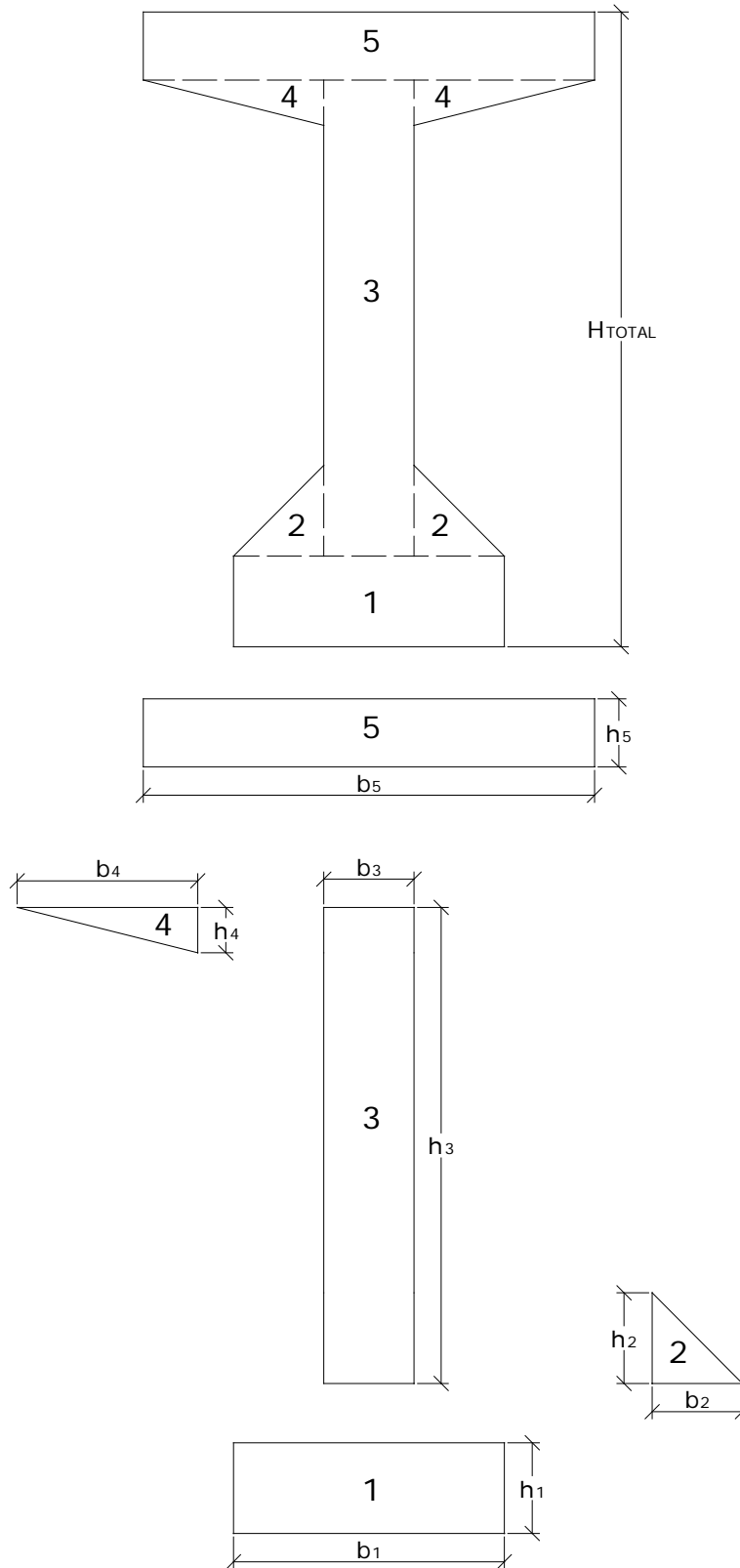


Figura 17: Seção duplo "T" decomposta em figuras básicas.

A tabela da figura 18 mostra como é feito o cálculo passo a passo:

Figura básica (x)	A_x (dm ²)	y_x (dm)	$A_x \times y_x$ (dm ³)	Y_x (dm)	J_{ox} (dm ⁴)	$A_x \times Y_x^2$ (dm ⁴)
1	$B_1 \times h_1$	$h_1/2$	$A_1 y_1$	$y_i - y_1$	$B_1 h_1^3 / 12$	$A_1 Y_1^2$
2	$2(B_2 \times h_2) / 2$	$h_1 + h_2 / 3$	$A_2 y_2$	$y_i - y_2$	$2B_2 h_2^3 / 36$	$A_2 Y_2^2$
3	$B_3 \times h_3$	$h_1 + h_3 / 2$	$A_3 y_3$	$y_i - y_3$	$B_3 h_3^3 / 12$	$A_3 Y_3^2$
4	$2(B_4 \times h_4) / 2$	$h_1 + h_3 - h_4 / 3$	$A_4 y_4$	$y_i - y_4$	$2B_4 h_4^3 / 36$	$A_4 Y_4^2$
5	$B_5 \times h_5$	$h_1 + h_3 + h_5 / 2$	$A_5 y_5$	$y_i - y_5$	$B_5 h_5^3 / 12$	$A_5 Y_5^2$
Σ	A_{TOTAL}		$\sum_{X=1}^5 A_x y_x$		$\sum_{X=1}^5 J_{ox}$	$\sum_{X=1}^5 A_x Y_x^2$

Figura 18: Tabela de cálculo de características geométricas de uma seção duplo "T".

Características da seção total:

$$A_{TOTAL} = \sum_{X=1}^5 A_x$$

$$y_i = \frac{\sum_{X=1}^5 A_x y_x}{\sum_{X=1}^5 A_x}$$

$$y_s = H_{TOTAL} - y_i$$

$$J_{TOTAL} = \sum_{X=1}^5 J_{ox} + \sum_{X=1}^5 A_x Y_x^2$$

$$W_i = \frac{J_{TOTAL}}{y_i}$$

$$W_s = \frac{J_{TOTAL}}{y_s}$$

4.7. EXEMPLO RESOLVIDO DE UMA VIGA PROTENDIDA COM SOBRECARGAS

Dados: Seção duplo "T"

$$\gamma = 2,5 \text{ t / m}^3$$

$$q \text{ Sob. Perm.} = 2,0 \text{ t / m}$$

$$q \text{ Sob. Acid.} = 4,0 \text{ t / m}$$

$$\text{vão} = 24,0 \text{ m}$$

$$f_{ck} \geq 30 \text{ Mpa}$$

Solução:

1) W_i necessário

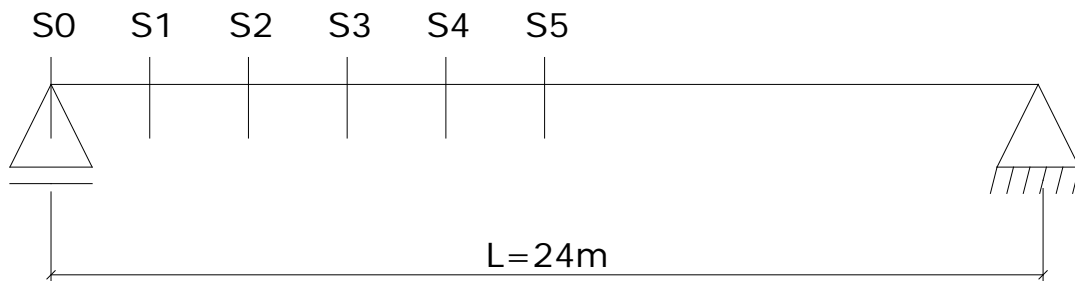
$$W_i \geq \frac{\Delta M_s}{\frac{2}{3} f_{ck}}$$

$$\Delta M_s = (2,0 + 4,0) \times \frac{24^2}{8} = 432 t.m$$

$$\frac{2}{3} f_{ck} = \frac{2}{3} \times 3000 = 2000 \text{ tf} / \text{m}^2$$

$$W_i \geq \frac{432}{2000} = 0,216 \text{m}^3$$

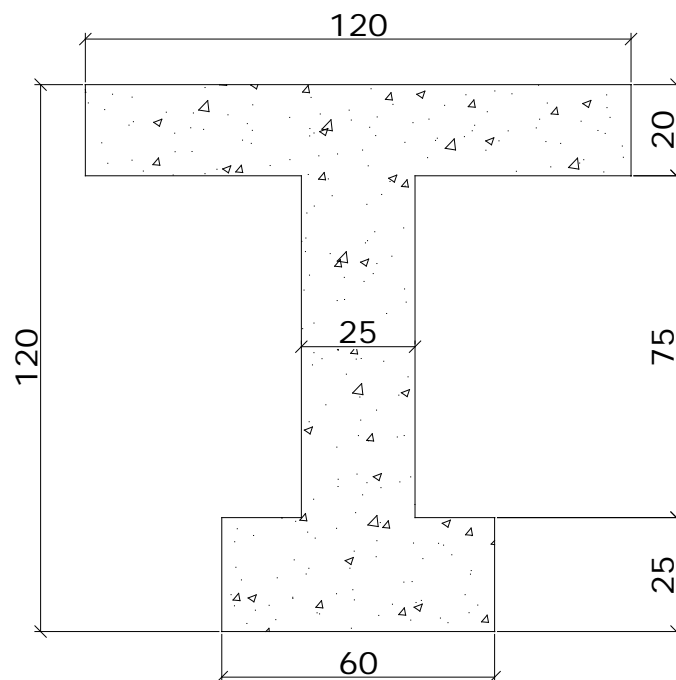
2) Sistema estático



Características geométricas

1º tentativa

$$W_i \geq 0,216 \text{m}^3$$



Cotas em cm

Figura básica (x)	A_x (dm ²)	y_x (dm)	$A_x \times y_x$ (dm ³)	Y_x (dm)	J_{ox} (dm ⁴)	$A_x \times Y_x^2$ (dm ⁴)
1	15,00	1,25	18,75	5,68	7,81	483,94
2	18,75	6,25	117,19	0,68	87,89	8,67
3	24,00	11,00	264,00	4,07	8,00	397,56
Σ	57,75		399,94		103,7	890,17

$$y_i = \frac{399,94}{57,75} = 6,93dm = 0,693m$$

$$y_s = 12,0 - 6,93 = 5,07dm = 0,507m$$

$$J_{TOTAL} = 103,7 + 890,17 = 993,87dm^4 = 0,099387m^4$$

$$w_i = \frac{0,099387}{0,693} = 0,143 < 0,216m^3 \text{ (Esta seção não serve)}$$

2º tentativa

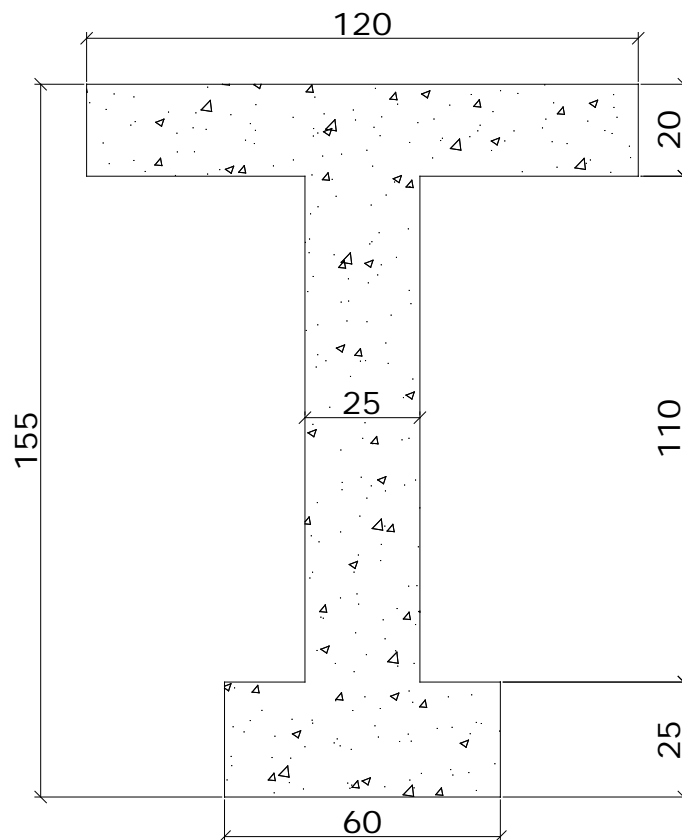


Figura básica (x)	A_x (dm ²)	y_x (dm)	$A_x \times y_x$ (dm ³)	Y_x (dm)	J_{ox} (dm ⁴)	$A_x \times Y_x^2$ (dm ⁴)
1	15,00	1,25	18,75	7,57	7,81	859,57
2	27,5	8,00	220,0	0,82	277,29	18,49
3	24,00	14,50	348,0	5,68	8,00	774,30
Σ	66,50		586,75		293,10	1652,36

$$y_i = \frac{586,75}{66,50} = 8,82dm = 0,882m$$

$$y_s = 15,0 - 8,82 = 6,18dm = 0,618m$$

$$J_{TOTAL} = 293,10 + 1652,36 = 1945,46dm^4 = 0,194546m^4$$

$$w_i = \frac{0,194546}{0,882} = 0,22 > 0,216m^3 \quad (\text{Ok!})$$

$$w_s = \frac{0,194546}{0,618} = 0,31$$

3) Cargas

4.a) Peso Próprio

$$q_{PP} = 0,665 \times 2,5 = 1,66t/m$$

4.b) Sobrecarga Permanente

$$q_{SP} = 2,0t/m$$

4.c) Sobrecarga Acidental

$$q_{SA} = 4,0t/m$$

5) Esforços na seção S5 (meio do vão)

Carregamento	$M_{\text{máx}}$
PP	$M = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{1,66 \times 24^2}{8} = 119,52t.m$
SP	$M = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{2,0 \times 24^2}{8} = 144,0t.m$
SA	$M = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{4,0 \times 24^2}{8} = 288,0t.m$

6) Tensões geradas pelo carregamento

Carregamento	σ_i	σ_s
PP	$\sigma_1 = \frac{M}{w_1} = \frac{119,52}{0,22} = +543,3$	$\sigma_s = \frac{M}{w_s} = -\frac{119,52}{0,31} = -385,5$
SP	$\sigma_1 = \frac{M}{w_1} = \frac{144,0}{0,22} = +654,5$	$\sigma_s = \frac{M}{w_s} = -\frac{144,0}{0,31} = -464,5$
SA	$\sigma_1 = \frac{M}{w_1} = \frac{288,0}{0,22} = +1309,1$	$\sigma_s = \frac{M}{w_s} = -\frac{288,0}{0,31} = -929,0$
Σ	+2506,9	- 1779,0

7) Protensão

$$N = \frac{\Sigma \sigma_i}{\frac{1}{A} + \frac{e}{W_i}} = \frac{2506,9}{\frac{1}{0,665} + \frac{(0,882 - 0,10)}{0,22}} = 495,6t$$

Obs: Utiliza-se $y_i=10\text{cm}$ como primeira tentativa para o valor da excentricidade.

8) Tensões de protensão

$$\eta_i = \frac{N}{A} + \frac{M_p}{W_i} = \frac{-495,6}{0,665} + \frac{-495,6 \times 0,782}{0,22} = -2506,9$$

$$\eta_s = \frac{N}{A} - \frac{M_p}{W_s} = \frac{-495,6}{0,665} - \frac{-495,6 \times 0,782}{0,31} = +504,9$$

9) Quadro final de tensões

carregamento	σ_i		σ_s	
	P	Σ	P	Σ
Peso próprio	+543,3	-	-385,5	-
Protensão	-2506,9	-1963,6	+504,9	+119,4
Sob. Perm.	+654,5	-1309,1	-464,5	-345,1
Sob. Acid.	+1309,1	0	-929,0	-1274,1

$$*1963,6 \leq \frac{2}{3} f_{CK} = 2000$$

$$**1274,1 \leq \frac{1}{2} f_{CK} = 1500$$

5 A PROTENSÃO COMO CARREGAMENTO

Sabe-se que a protensão introduzida a estrutura tem por objetivo diminuir ou até mesmo eliminar os esforços de tração aplicados pelo carregamento solicitante. Pode-se afirmar então que a protensão é um carregamento inverso ao carregamento aplicado externamente. Neste capítulo a protensão será apresentada como uma forma de carregamento, ao qual dá-se o nome de “forças de desviação”.

Intuitivamente pode-se compreender tal carregamento como o efeito da clara tendência que o cabo parabólico apresenta, quando tensionado pela protensão, de se retificar. Essa tendência gera um carregamento de baixo para cima, opondo-se às cargas atuantes na estrutura.

5.1. VISUALIZAÇÃO DOS ESFORÇOS DE PROTENSÃO

Nos capítulos anteriores vimos que a protensão se aplica através de um cabo colocado no interior da peça sob a forma aproximada de uma parábola, como se pode ver na figura 19.

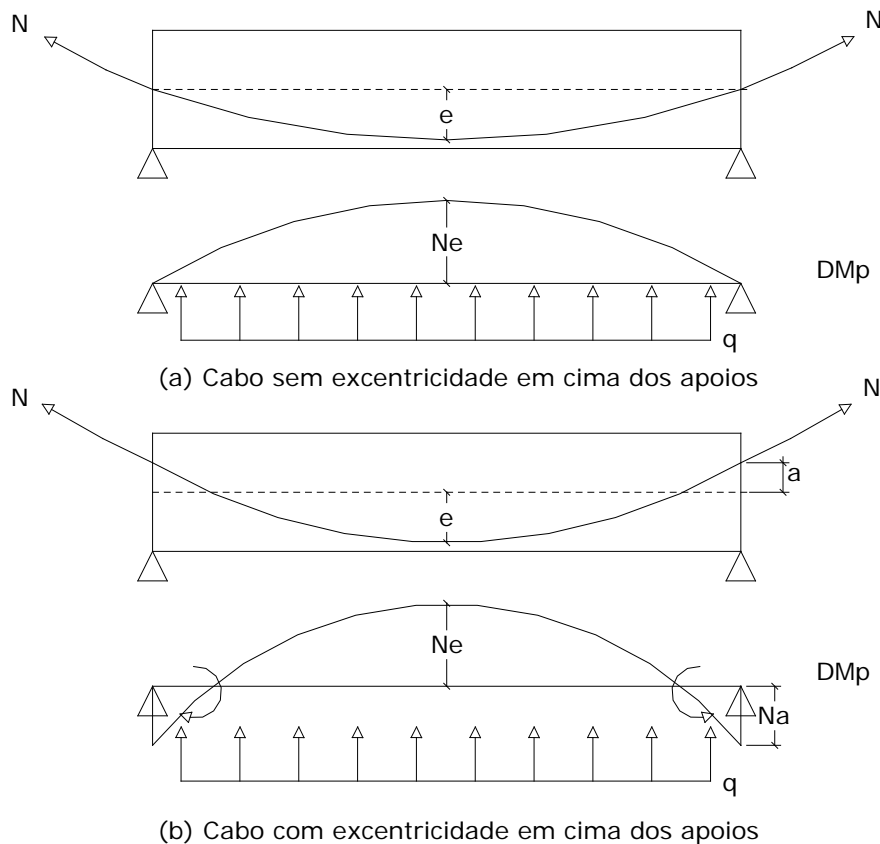


Figura 19: Cabo de protensão e diagramas de momentos de protensão.

Na mesma figura pode-se observar como a ação do cabo sobre a estrutura pode se traduzir em um carregamento uniformemente distribuído, em função de sua tendência à retificação, assim como é possível visualizar os diagramas de momentos fletores gerados pela protensão, correspondentes às duas possíveis situações dos elementos de ancoragem.

Considerando a viga biapoiada submetida ao carregamento distribuído de baixo para cima, que representa a tendência à retificação dos cabos de protensão, tem-se o esquema estrutural mostrado na figura 20.

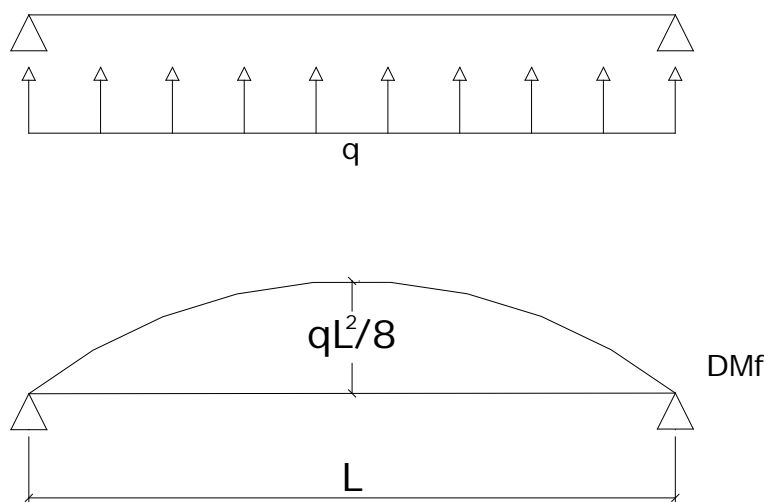


Figura 10: Visualização dos esforços produzidos pelo carregamento de baixo para cima.

Igualando-se a o momento de protensão mostrado na figura 1-a ao momento gerado pela carga distribuída q , temos:

$$\frac{q \times L^2}{8} = N \times e$$

$$q = \frac{8 \times N \times e}{L^2}$$

Assim, o efeito da protensão pode ser tomado como equivalente ao de um carregamento uniformemente distribuído aplicado à estrutura, de baixo para cima, com o valor encontrado (q), chamado de carga de protensão.

5.2. RELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES

Quando o carregamento e a estrutura onde ele se aplica são conhecidos, pode-se obter seu diagrama de momentos fletores. Da mesma forma, conhecidos o diagrama de momentos e a estrutura, é possível quantificar o valor das cargas aplicadas.

Na figura 21, vê-se o diagrama de momentos fletores gerado por uma carga uniformemente distribuída sobre uma viga biapoada. Pode-se deduzir qual o valor e tipo de carga atuante baseando-se no diagrama de momentos, utilizando-se os conceitos adquiridos na resistência dos materiais.

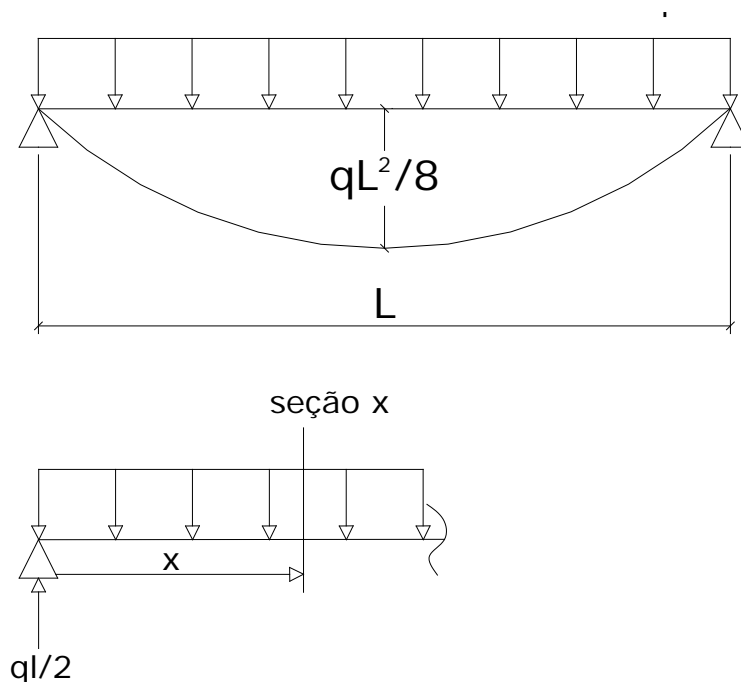


Figura 21: Carga distribuída sobre viga biapoada.

Numa seção transversal definida pela abscissa x , tem-se:

$$M(x) = \frac{qL}{2} \times x - qx \times \frac{x}{2}$$

$$M(x) = \frac{q}{2} \times (Lx - x^2)$$

$$Q(x) = \frac{qL}{2} - qx$$

Da resistência dos materiais tem-se as relações:

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x)$$

$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q$$

Onde:

$M(x)$ = momento fletor em x

$Q(x)$ = esforço cortante em x

q = carregamento aplicado

Aplicando-se essas relações entre esforços ao exemplo:

$$\frac{dM(x)}{dx} = \frac{qL}{2} - qx = Q(x)$$

$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q$$

Observando-se a figura 21 pode-se verificar que esses resultados estão corretos. É desta forma que se consegue definir a carga atuante a partir do diagrama de momentos fletores. Como neste capítulo trata-se a protensão como um carregamento, as relações apresentadas aplicam-se à análise dos efeitos da protensão sobre as estruturas.

5.3. CÁLCULO DAS FORÇAS DE DESVIAÇÃO

Os efeitos do carregamento de protensão, também chamados de “forças de desviação” podem ser definidos com base nas relações observadas entre momentos, cortantes e carregamento atuante na estrutura. Para iniciar o cálculo das forças de desviação, deve-se determinar a equação característica da parábola formada pelo cabo de protensão, ou seja, a equação da excentricidade do cabo como função da abscissa x , conforme figura 22. Além disso, é necessário conhecer a equação do diagrama de momentos de protensão. Para efeito de discretização, isso pode ser feito considerando-se o cabo como um polígono com lados de dimensões finitas.

5.3.1. Cabo parabólico

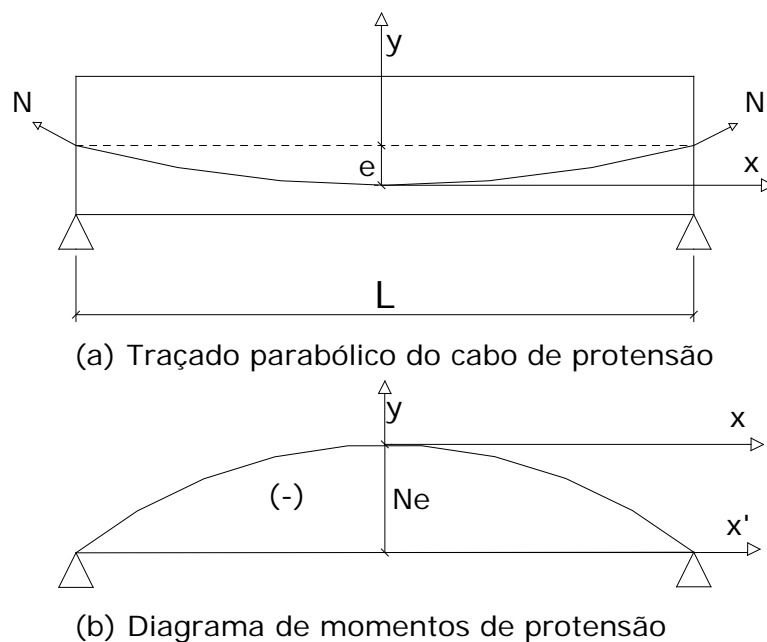


Figura 22: Viga biapoiada com cabo parabólico .

Para definir a equação da excentricidade basta observar, na figura 22, que existem dois pontos ao longo do traçado do cabo, cuja excentricidade é conhecida:

$$x=0 \rightarrow y=0$$

$$x=L/2 \rightarrow y=e$$

Substituindo as coordenadas do ponto $(L/2,e)$ na equação clássica da parábola tem-se:

$$y = a \times x^2$$

$$e = a \times \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$a = \frac{4e}{L^2}$$

Conclui-se que a equação da excentricidade em relação ao eixo da viga é:

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

A equação do diagrama de momentos de protensão também pode ser obtida a partir da figura 22. A seguir são dadas as equações em relação aos dois sistemas de coordenadas mostrados na figura.

Eixos x-y

$$Mp = N \times \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

Eixos x'-y

$$Mp = N \times \frac{4e}{L^2} \times x^2 - Ne$$

Para calcular a carga distribuída que gera um diagrama de momentos com essa configuração, basta aplicar as relações postuladas pela da Resistência dos Materiais, já referidas no item 5.2.

$$\frac{d(Mp)}{dx} = \frac{d\left(N \times \frac{4e}{L^2} \times x^2\right)}{dx} = \frac{8Ne}{L^2} \times x = Qp$$

$$\frac{d(Qp)}{dx} = \frac{d\left(\frac{8Ne}{L^2} \times x\right)}{dx} = \frac{8Ne}{L^2} = -qp$$

O carregamento de protensão pode ser observado na figura 23, que mostra as "forças de desviação" produzidas pela protensão através de um cabo parabólico centralizado nas extremidades, definidas a partir das relações entre esforços seccionais e carregamento postuladas pela Resistência dos Materiais.

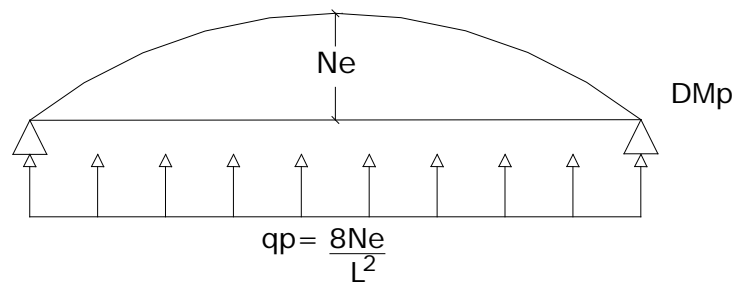


Figura 23: Carregamento de protensão .

5.3.2. Cabo poligonal

Quando se discretiza o cabo em segmentos de reta que formam um polígono, a força de protensão pode ser decomposta, com boa aproximação, em um conjunto de cargas concentradas aplicadas nos vértices do polígono. Neste caso, as forças de desviação podem ser determinadas através de dois métodos: decomposição de forças e diferenças finitas.

Para maior facilidade de compreensão, a apresentação dos métodos far-se-á mostrando-se o cabo discretizado em apenas duas partes.

5.3.2.1. Método I – Decomposição de forças

Na figura 24 está ilustrada a situação com o cabo discretizado em dois segmentos de reta, logo a carga de protensão está no vértice que se situa no centro do cabo e pode ser representada pela força P.

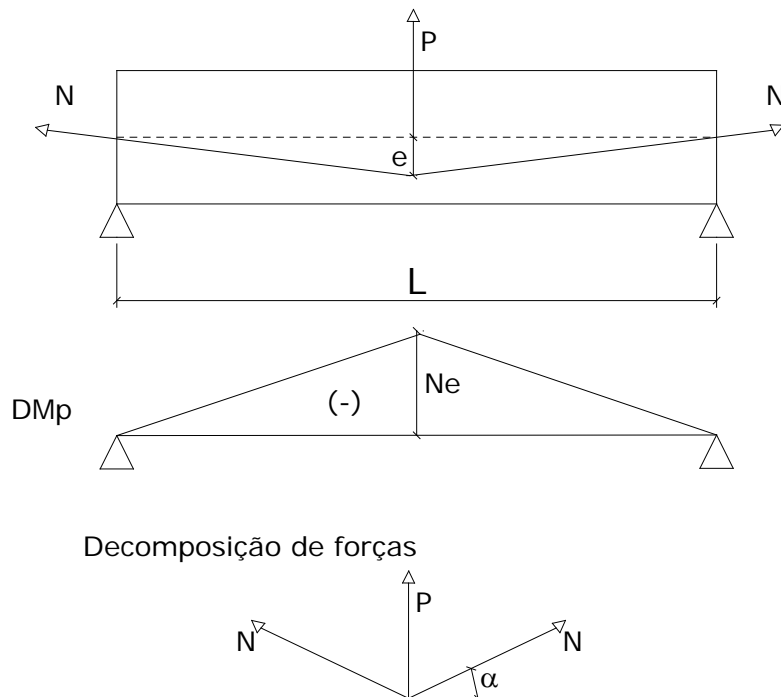


Figura 24: Cabo discretizado em duas partes – Método da decomposição de forças.

Fazendo $\vec{P} = \vec{N} + \vec{N}$, tem-se:

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

Considerando-se α como um pequeno ângulo, pode-se tomar como idênticos o seno e a tangente de α .

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{e}{\left(\frac{L}{2}\right)}$$

$$P = \frac{4 \times N \times e}{L}$$

Para definir o momento fletor no meio do vão em função da carga P basta fazer:

$$M = N \times e$$

$$P = \frac{4 \times N \times e}{L}$$

$$e = \frac{P \times L}{4 \times N}$$

$$M = N \times \frac{P \times L}{4 \times N} = \frac{P \times L}{4}$$

5.3.2.2. Método II – Diferenças finitas

Este método consiste em dividir a estrutura em segmentos finitos e impor a esta nova estrutura o mesmo diagrama de momentos da estrutura original.

A figura 25 mostra o processo aplicado ao cabo decomposto em duas partes. Após decompor a estrutura aplicam-se momentos concentrados a fim de garantir, na nova estrutura, um diagrama de momentos igual ao da original. Com os momentos concentrados aplicados como carregamento na estrutura decomposta, basta calcular as reações de apoio geradas.

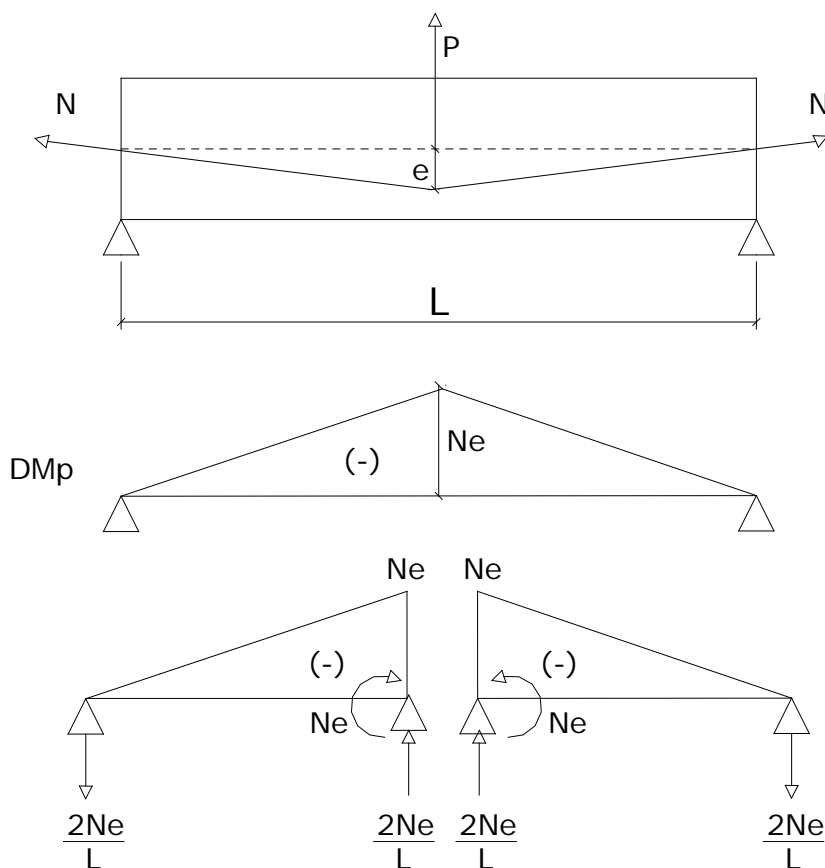


Figura 25: Cabo discretizado em duas partes – Método das diferenças finitas.

As reações que surgem nos pontos de discretização da estrutura, somadas, fornecerão o valor da carga P de protensão.

$$\frac{2Ne}{L} + \frac{2Ne}{L} = P$$

$$P = \frac{4Ne}{L}$$

Pode-se observar que o resultado obtido pelo método das diferenças finitas foi idêntico ao obtido através do método de decomposição de forças. A estimativa das forças de protensão pode ser obtida por ambos os métodos apresentados, discretizando-se o cabo curvo em um polígono com qualquer número de lados.

5.3.3. Exemplo resolvido

Será resolvido agora um exemplo em que o cabo será poligonalizado em números diferentes de partes a fim de demonstrar a relação entre o número de subdivisões utilizado e o valor da força P de desviação encontrada no centro da viga, ou seja, onde a excentricidade é máxima. O exemplo será resolvido pelo método da decomposição de forças.

5.3.3.1. Poligonarizando em 4 partes

Na figura 26 observa-se a disposição do cabo no interior da viga. Neste caso a parábola está poligonarizada em 4 partes.

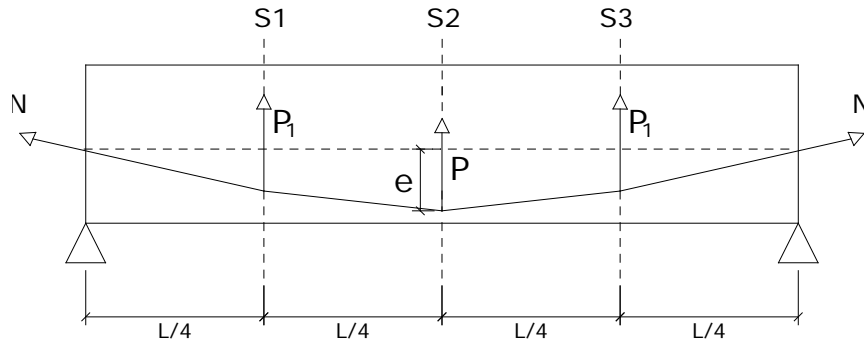


Figura 26: Cabo discretizado em quatro partes.

Conforme foi visto no item 5.3.1. a equação que define a excentricidade do cabo de protensão é $e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$. Primeiramente deve-se calcular a excentricidade do cabo na seção S1.

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{4} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{4}\right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{16} = e - \frac{4e}{4} = \frac{3e}{4}$$

Agora pode-se calcular o valor da força P de desviação, como mostra a figura 27.

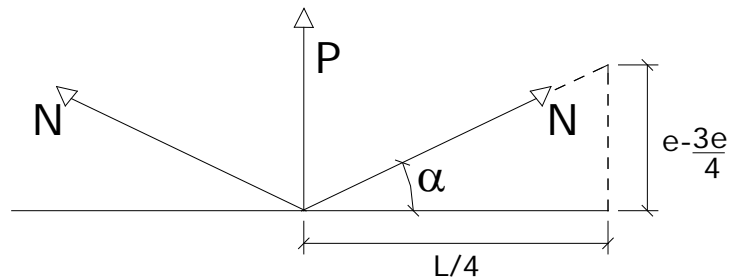


Figura 27: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 4 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{3e}{4}\right)}{\left(\frac{L}{4}\right)} = \frac{e}{L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{L}$$

5.3.3.2. Poligonarizando em 8 partes

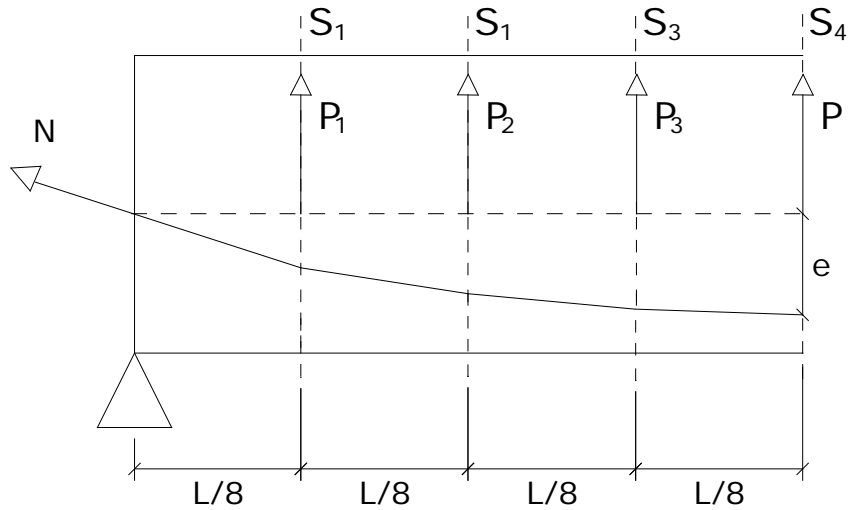


Figura 28: Cabo discretizado em oito partes.

Calcula-se a excentricidade na seção S3:

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{8} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{8}\right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{64} = e - \frac{e}{16} = \frac{15e}{16}$$

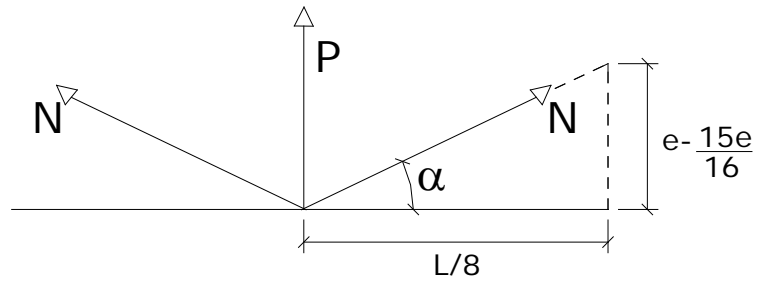


Figura 29: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 8 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{15e}{16}\right)}{\left(\frac{L}{8}\right)} = \frac{e}{2L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{2L} = \frac{N \times e}{L}$$

5.3.3.3. Poligonarizando em 16 partes

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{16} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{16}\right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{256} = e - \frac{e}{64} = \frac{63e}{64}$$

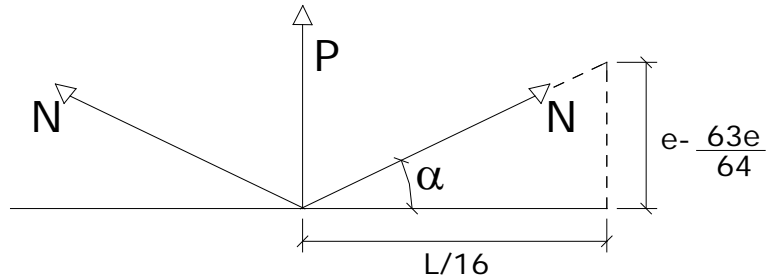


Figura 30: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 16 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{63e}{64}\right)}{\left(\frac{L}{16}\right)} = \frac{e}{4L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{4L} = \frac{N \times e}{2L}$$

5.3.3.4. Poligonarizando em 32 partes

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{32} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{32}\right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{1024} = e - \frac{e}{256} = \frac{255e}{256}$$

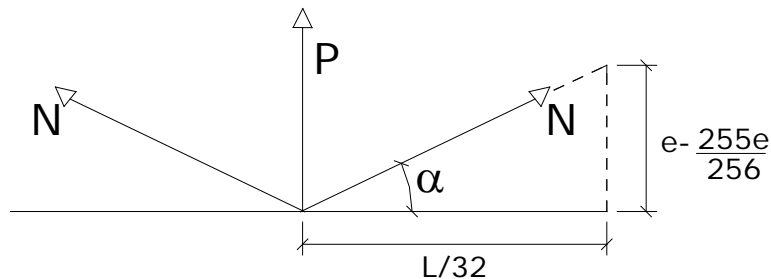


Figura 31: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 32 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{255e}{256} \right)}{\left(\frac{L}{32} \right)} = \frac{e}{8L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{8L} = \frac{N \times e}{4L}$$

5.3.3.5. Poligonarizando em 64 partes

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{64} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{64} \right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{4096} = e - \frac{e}{1024} = \frac{1023e}{1024}$$

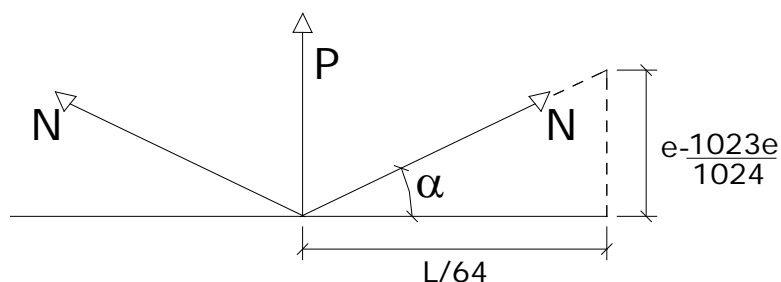


Figura 32: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 64 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{1023e}{1024} \right)}{\left(\frac{L}{64} \right)} = \frac{e}{16L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{16L} = \frac{N \times e}{8L}$$

5.3.3.6. Poligonarizando em 128 partes

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{128} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{128} \right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{16384} = e - \frac{e}{4096} = \frac{4095e}{4096}$$

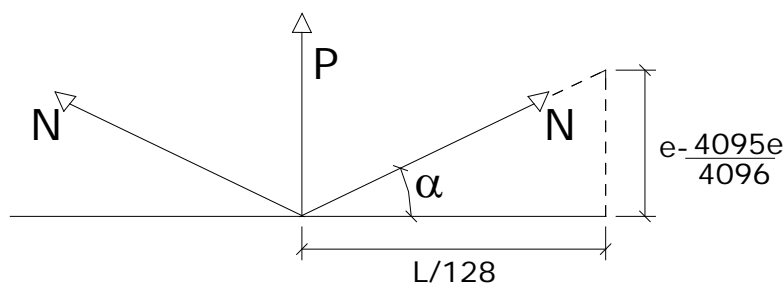


Figura 33: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 128 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{4095e}{4096} \right)}{\left(\frac{L}{128} \right)} = \frac{e}{32L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{32L} = \frac{N \times e}{16L}$$

5.3.3.7. Poligonarizando em 256 partes

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{256} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{256} \right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{65536} = e - \frac{e}{16384} = \frac{16383e}{16384}$$

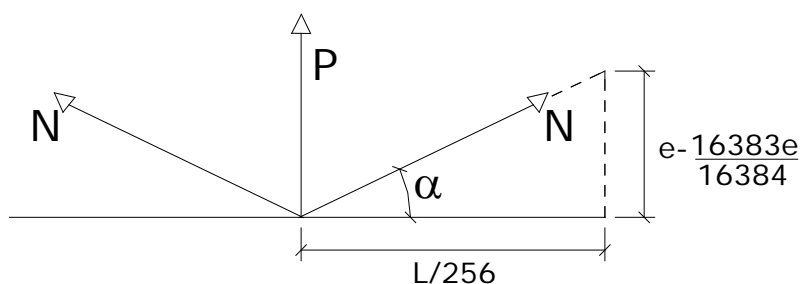


Figura 34: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 256 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{16383e}{16384} \right)}{\left(\frac{L}{256} \right)} = \frac{e}{64L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{64L} = \frac{N \times e}{32L}$$

5.3.3.8. Poligonarizando em 512 partes

$$e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times x^2$$

$$x = \frac{L}{512} \rightarrow e(x) = e - \frac{4e}{L^2} \times \left(\frac{L}{256}\right)^2 = e - \frac{4e}{L^2} \times \frac{L^2}{262144} = e - \frac{e}{65536} = \frac{65535e}{65536}$$

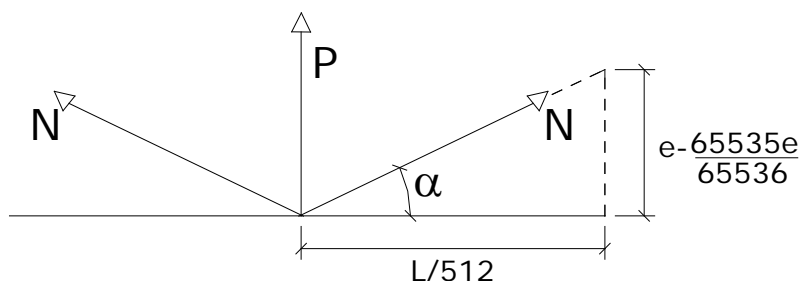


Figura 35: Decomposição de forças – Cabo discretizado em 512 partes.

$$P = 2 \times N \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\left(e - \frac{65535e}{65536}\right)}{\left(\frac{L}{512}\right)} = \frac{e}{128L}$$

$$P = \frac{2 \times N \times e}{128L} = \frac{N \times e}{64L}$$

5.3.3.9. Relação entre P e o número de subdivisões

Na tabela abaixo estão relacionados os valores das forças de desviação encontradas nos exemplos. O valor da força de desviação para cabo poligonarizado em duas parcelas já havia sido calculado no item 5.3.2. deste capítulo.

Nº DE SUBDIVISÕES	VALOR DA FORÇA P
2	$\frac{4Ne}{L}$
4	$\frac{2Ne}{L}$
8	$\frac{Ne}{L}$
16	$\frac{Ne}{2L}$
32	$\frac{Ne}{4L}$
64	$\frac{Ne}{8L}$
128	$\frac{Ne}{16L}$
256	$\frac{Ne}{32L}$
512	$\frac{Ne}{64L}$

Com base nos dados encontrados pode-se chegar a uma relação existente entre o número de subdivisões e o valor da força de desviação P encontrado.

A relação é a seguinte:

$$\text{Número de subdivisões} = y \rightarrow P = \frac{8Ne}{y}$$

No capítulo seguinte, os mesmos conceitos aqui introduzidos, válidos para estruturas isostáticas, serão extrapolados para o caso de estruturas hiperestáticas.

6 HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO

Em estruturas hiperestáticas protendidas também é válido considerar a protensão como um carregamento, conforme demonstrado nas estruturas isostáticas estudadas no capítulo anterior. Como exemplo deste caso pode-se analisar o diagrama de momentos fletores gerado na estrutura por uma carga uniformemente distribuída. Este carregamento irá gerar duas parcelas do diagrama de momentos fletores: uma parcela de momento isostático de protensão e outra parcela do momento “hiperestático de protensão”. O diagrama de momentos fletores será determinado, neste capítulo, através do método das forças.

6.1. MÉTODO DAS FORÇAS

O cálculo de esforços em estruturas hiperestáticas pelo método das forças se faz, inicialmente, rompendo vínculos da estrutura para que ela se torne isostática. No lugar desses vínculos rompidos são introduzidos, sob a forma de carregamentos pontuais, os esforços seccionais eliminados pela ruptura dos vínculos, de forma a garantir a identidade estática entre a estrutura isostática obtida e a estrutura hiperestática original. À estrutura isostática obtida através da eliminação de vínculos dá-se o nome de sistema principal.

Considere-se a estrutura e o carregamento mostrados na figura 36:

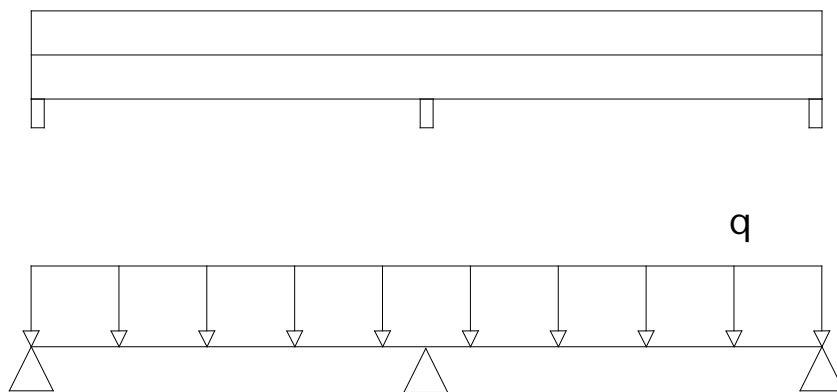


Figura 36: Estrutura hiperestática submetida a um carregamento uniformemente distribuído.

Para que a estrutura da figura se torne isostática, é necessário romper um de seus vínculos. Colocando-se uma rótula sobre o apoio central, obtém-se o sistema principal mostrado na figura 37. Para impedir o deslocamento que foi liberado com o rompimento do vínculo, aplica-se, no sistema principal, um par de momentos concentrados, que impedem a rotação relativa entre as duas partes da

viga. Esse carregamento aplicado, denominado hiperestático (X_1), cujo valor não é conhecido a priori, constitui a incógnita do problema. Seu valor deverá ser tal que impeça o deslocamento relativo entre as duas hastes sob a ação do carregamento uniformemente distribuído, reproduzindo no sistema principal as condições de deformação observadas na estrutura original.

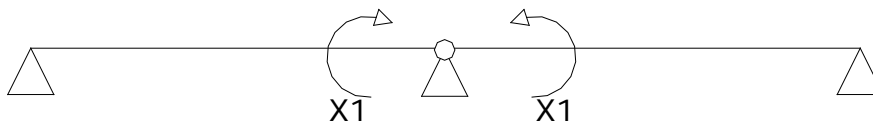
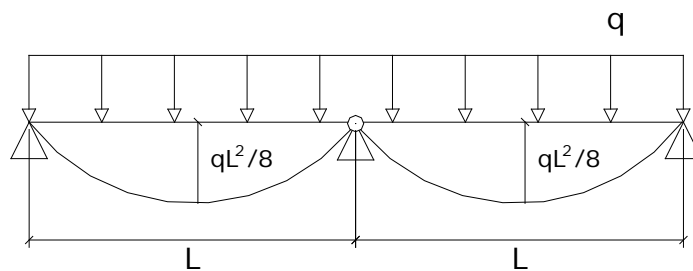
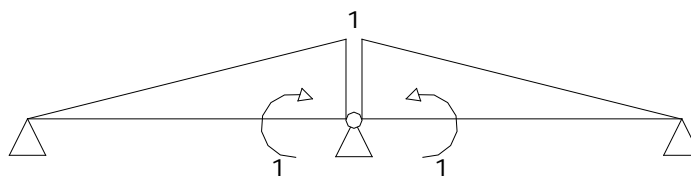


Figura 37: Sistema principal com hiperestático X_1 aplicado.

Para cálculo dos esforços na estrutura hiperestática deve-se, inicialmente, considerar o hiperestático X_1 igual à unidade. Determinam-se, então, os diagramas de momentos fletores do sistema principal submetidos, respectivamente, ao carregamento distribuído aplicado e ao hiperestático X_1 . Esses diagramas encontram-se na figura 38.



(a) M_0 - Diagrama de momento gerado pelo carregamento



(b) M_1 - Diagrama de momento gerado pelo hiperestático $X_1=1$

Figura 38: Diagramas de momentos no sistema principal.

O passo seguinte é o cálculo dos deslocamentos produzidos na direção de X_1 , respectivamente, pelo carregamento distribuído e pelo próprio X_1 , aplicados no sistema principal (δ 's). Isso se faz, considerando-se o princípio dos trabalhos virtuais, que não será detalhado neste trabalho, através da integração dos produtos entre os diagramas da figura 38.

$$\delta_{10} = 2\left(-\frac{1}{3}M_1 \times M_0 \times L\right) = 2\left(-\frac{1}{3} \times 1 \times \frac{qL^2}{8} \times L\right) = -\frac{qL^3}{12}$$

$$\delta_{11} = 2\left(\frac{1}{3}M_1 \times M_1 \times L\right) = 2\left(\frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times L\right) = \frac{2}{3}L$$

Para determinar o valor real do hiperestático X1, basta utilizar a equação de compatibilidade, que garante a identidade de deformações entre o sistema principal e a estrutura hiperestática original.

$$\delta_{10} + \delta_{11} \times X1 = 0$$

$$-\frac{qL^3}{12} + \frac{2}{3} \times L \times X1 = 0$$

$$X1 = \frac{qL^3}{12} \times \frac{3}{2 \times L} = \frac{qL^2}{8}$$

O diagrama de momentos fletores final da estrutura hiperestática é dado pela soma do diagrama M0 com o novo diagrama M1, resultado da aplicação de X1 ao sistema principal. Esse diagrama final pode ser observado na figura 39.

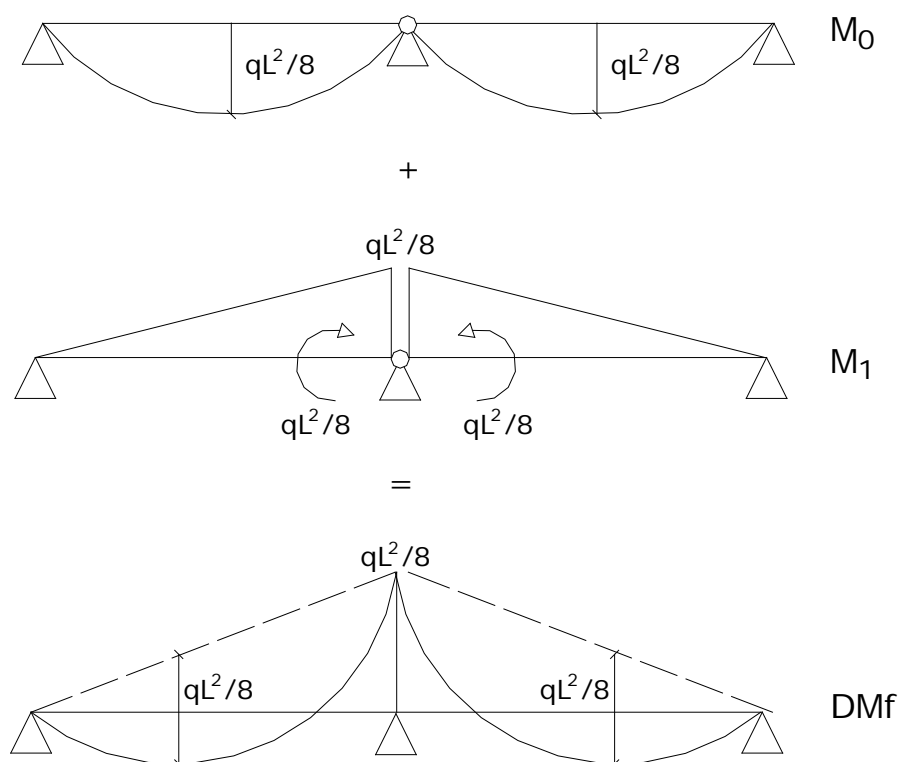


Figura 39: Diagrama de momentos fletores na estrutura hiperestática

6.2. VISUALIZAÇÃO DA PROTENSÃO NA ESTRUTURA HIPERESTÁTICA

Assim como foi feito com a estrutura isostática, pode-se também visualizar a protensão como um carregamento na estrutura hiperestática.

Para determinar o diagrama de momentos de protensão adotam-se os mesmos artifícios utilizados no capítulo anterior. Considera-se, portanto, a protensão como um carregamento externo e resolve-se a estrutura pelo método das forças. Nesta seção serão resolvidos três exemplos com diferentes configurações geométricas do cabo de protensão.

1º EXEMPLO

A figura 40 mostra cabo de protensão na viga hiperestática que vem sendo estudada neste capítulo, com excentricidade nula em relação ao centro de gravidade nas seções transversais sobre os apoios.

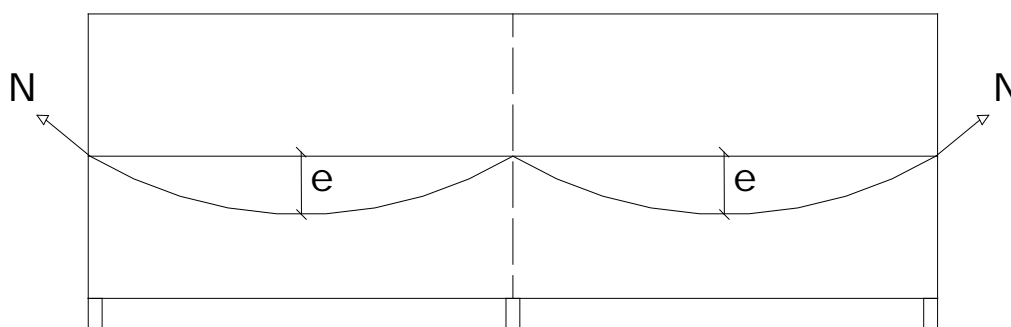


Figura 40: Posicionamento do cabo de protensão – exemplo1.

Trata-se de uma viga com grau de hiperestaticidade igual a 1, ou seja, é necessário romper um vínculo dessa estrutura para que ela se torne isostática. O primeiro passo para a solução do problema consiste, pois, em romper-se um vínculo na viga hiperestática, definindo, assim, o sistema principal a ser adotado.

A seguir, determina-se o diagrama de momentos fletores correspondente ao carregamento externo (M_0), bem como o diagrama de momentos fletores gerado pelo hiperestático X_1 feito igual à unidade (M_1), ambos aplicados sobre o sistema principal. O carregamento externo neste caso é a protensão, representada pelo carregamento uniformemente distribuído, enquanto o hiperestático X_1 recebe a denominação de "Hiperestático de Protensão".

A figura 41 mostra o sistema principal adotado e os diagramas no sistema principal.

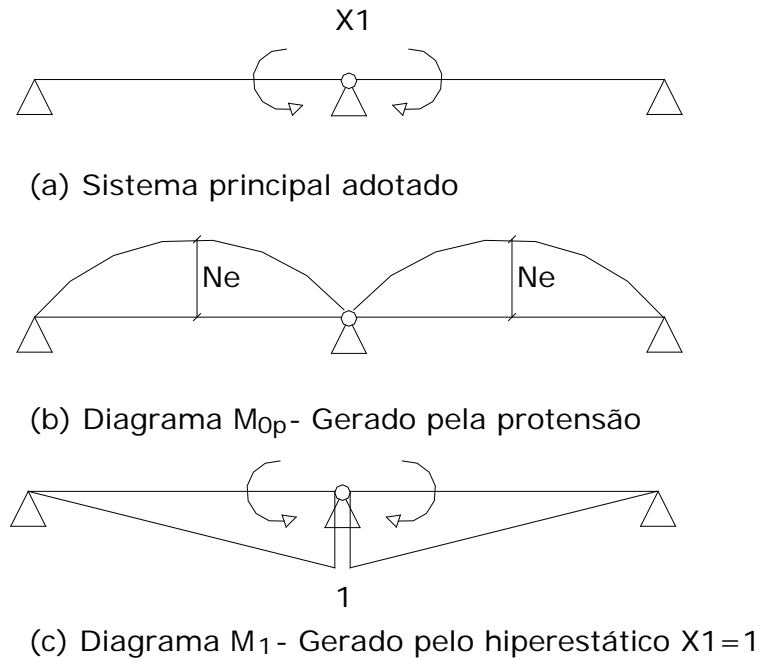


Figura 41: (a) Sistema principal adotado; (b,c) Diagramas no sistema principal – exemplo 1.

Cálculo dos deslocamentos no Sistema Principal:

$$\delta_{10} = 2 \left(-\frac{1}{3} M_1 \times M_0 \times L \right) = 2 \left(-\frac{1}{3} \times 1 \times Ne \times L \right) = -\frac{2}{3} \times Ne \times L$$

$$\delta_{11} = 2 \left(\frac{1}{3} M_1 \times M_1 \times L \right) = 2 \left(\frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times L \right) = \frac{2}{3} L$$

Equação de compatibilidade:

$$\delta_{10} + \delta_{11} \times X1 = 0$$

$$X1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\left(\frac{-\frac{2}{3} \times Ne \times L}{\frac{2}{3} L} \right)$$

$$X1 = Ne$$

O diagrama de momentos fletores final, gerado pela protensão na estrutura hiperestática, é dado por;

$$M_{f_{PROT}} = M_0 + M_1 \times X1$$

Esse diagrama pode ser observado na figura 42.

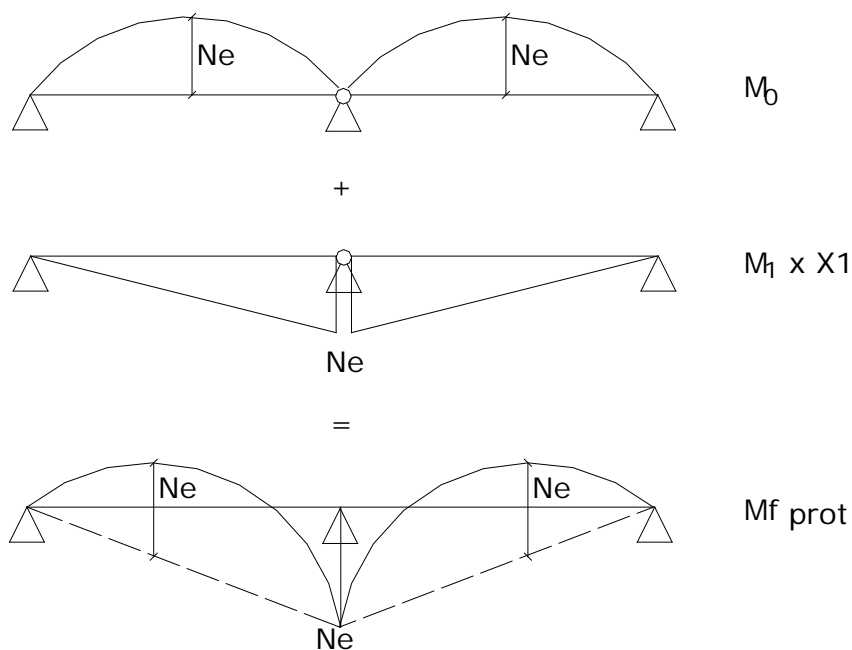


Figura 42: Diagrama final de protensão – exemplo 1.

Este exemplo só é válido para estudo teórico, já que na prática não se deve dispor os cabos de protensão desta forma. Um dos problemas encontrados neste traçado do cabo é o fato deste ter sido “quebrado” no centro, o correto é que as curvaturas do cabo sejam suaves. Outro fato que deve ser observado é que a maior excentricidade se encontra no meio dos vãos, onde não está o maior momento fletor, já que este se encontra sobre o apoio central. No exemplo 2 será incluída uma excentricidade na posição deste apoio e o cálculo do diagrama de protensão será refeito.

2º EXEMPLO

A figura 43 mostra o novo posicionamento do cabo de protensão na mesma viga vista no exemplo anterior.

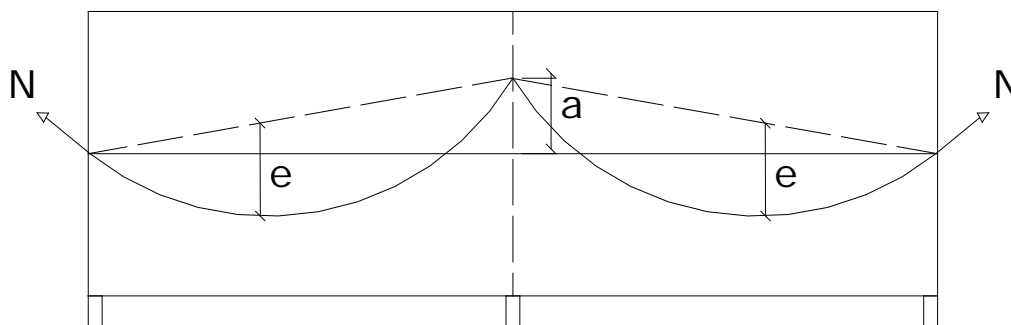


Figura 43: Posicionamento do cabo de protensão – exemplo 2.

Pode-se observar que foi incluída uma excentricidade para cima sobre o apoio já que o momento fletor gerado pelo carregamento externo neste ponto é negativo. A determinação do diagrama final de protensão será refeita utilizando-se o mesmo sistema principal adotado anteriormente. A figura 44 mostra os novos diagramas encontrados no sistema principal.

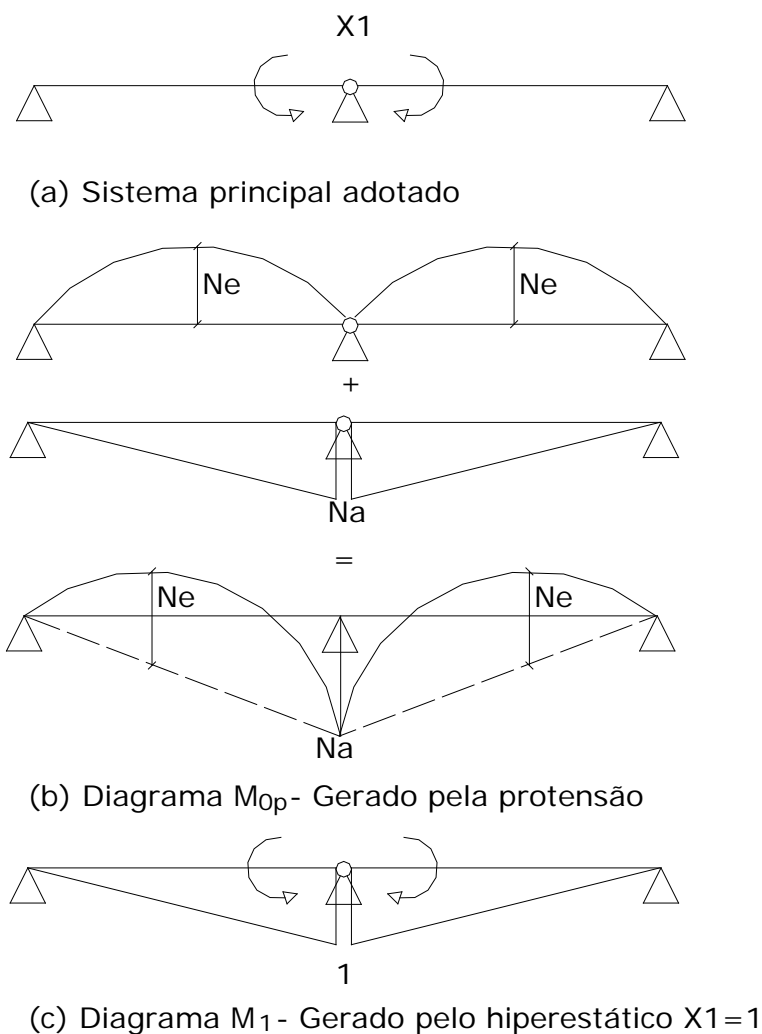


Figura 44: (a) Sistema principal adotado; (b,c) Diagramas no sistema principal – exemplo 2.

Cálculo dos deslocamentos no Sistema Principal:

$$\delta_{10} = 2 \left(-\frac{1}{3} M_1 \times M_0 \times L \right) = 2 \left(-\frac{1}{3} \times 1 \times Ne \times L + \frac{1}{3} \times 1 \times Na \times L \right) = -\frac{2}{3} \times N \times L(e - a)$$

$$\delta_{11} = 2 \left(\frac{1}{3} M_1 \times M_1 \times L \right) = 2 \left(\frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times L \right) = \frac{2}{3} L$$

Equação de compatibilidade:

$$\delta_{10} + \delta_{11} \times X1 = 0$$

$$X1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\left(\frac{-\frac{2}{3} \times N \times L(e-a)}{\frac{2}{3}L} \right)$$

$$X1 = N(e-a)$$

O diagrama final de protensão pode ser observado na figura 45.

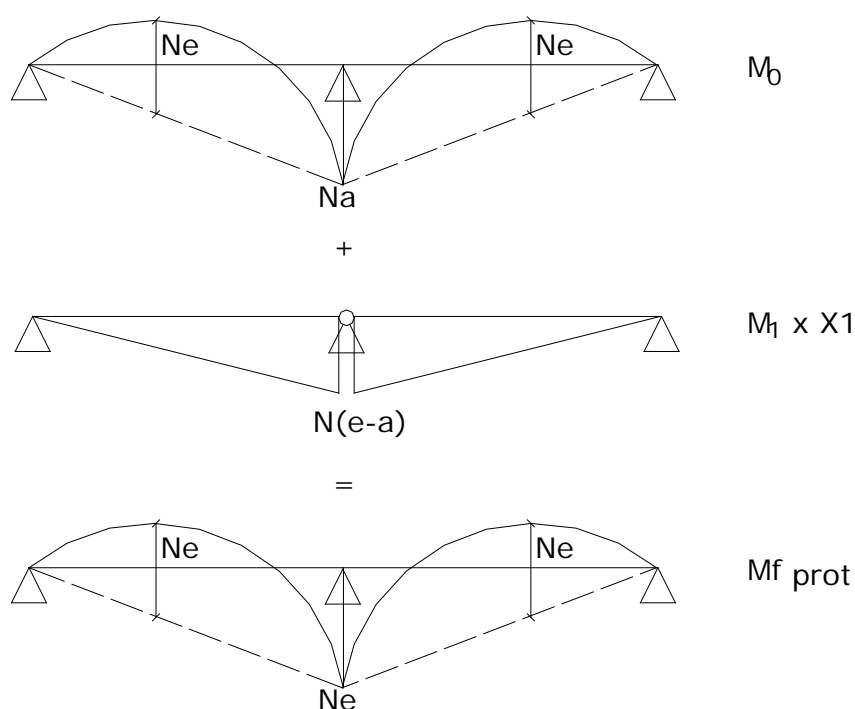


Figura 45: Diagrama final de protensão – exemplo2.

É importante observar que, em ambos os casos, o diagrama de momentos fletores final encontrado foi idêntico. Logo, o carregamento de protensão é idêntico.

3º EXEMPLO

Neste exemplo, apresentar-se-á, apenas para efeitos de demonstração teórica, uma nova forma de configuração geométrica do cabo de protensão par a viga estudada. A figura 46 mostra, pois, a viga hiperestática com o cabo de protensão que apresenta excentricidade constante em relação aos centros de gravidade das sucessivas seções transversais.

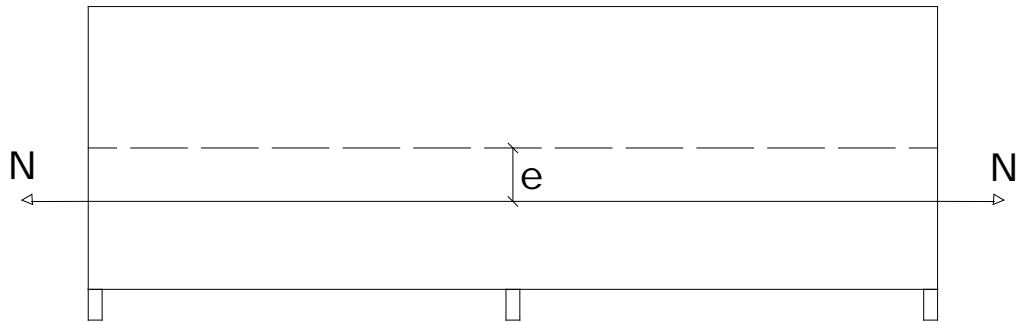


Figura 46: Posicionamento do cabo de protensão – exemplo 3.

Neste exemplo utilizou-se o cabo reto e com excentricidade constante. Nesta situação, o diagrama de momentos gerado pela protensão no sistema principal é constante, já que este posicionamento dos cabos gera uma protensão que pode ser visualizada com um momento aplicado e não como uma carga distribuída de baixo para cima como nos casos anteriores. Usando mais uma vez o sistema principal adotado nos outros exemplos tem-se os diagramas mostrados na figura 47.

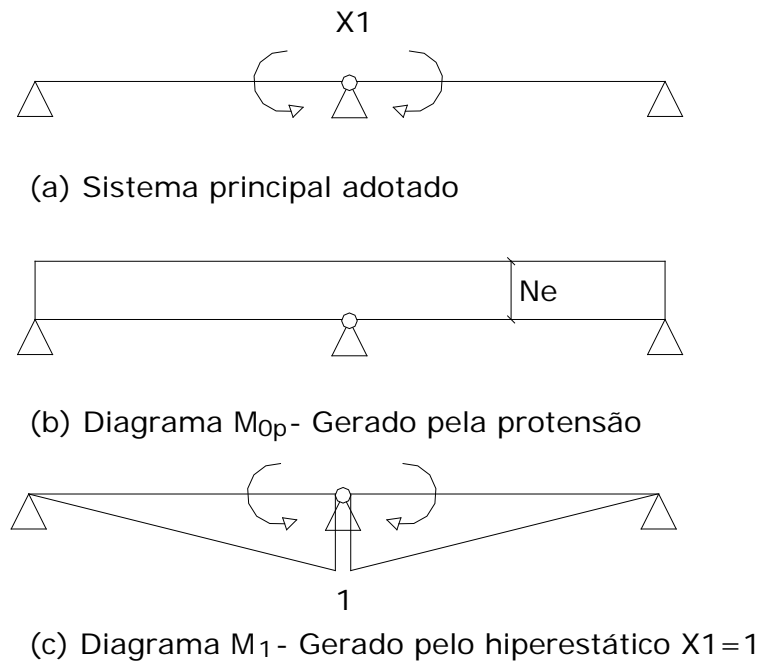


Figura 47: (a) Sistema principal adotado; (b,c) Diagramas no sistema principal – exemplo 3.

Cálculo dos deslocamentos no Sistema Principal:

$$\delta_{10} = 2 \left(-\frac{1}{2} M_1 \times M_0 \times L \right) = 2 \left(-\frac{1}{2} \times 1 \times Ne \times L \right) = -Ne \times L$$

$$\delta_{11} = 2 \left(\frac{1}{3} M_1 \times M_1 \times L \right) = 2 \left(\frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times L \right) = \frac{2}{3} L$$

Equação de compatibilidade:

$$\delta_{10} + \delta_{11} \times X1 = 0$$

$$X1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\left(\frac{-Ne \times L}{\frac{2}{3}L} \right)$$

$$X1 = \frac{3Ne}{2}$$

Tem-se, então, o diagrama final de protensão ilustrado na figura 48.

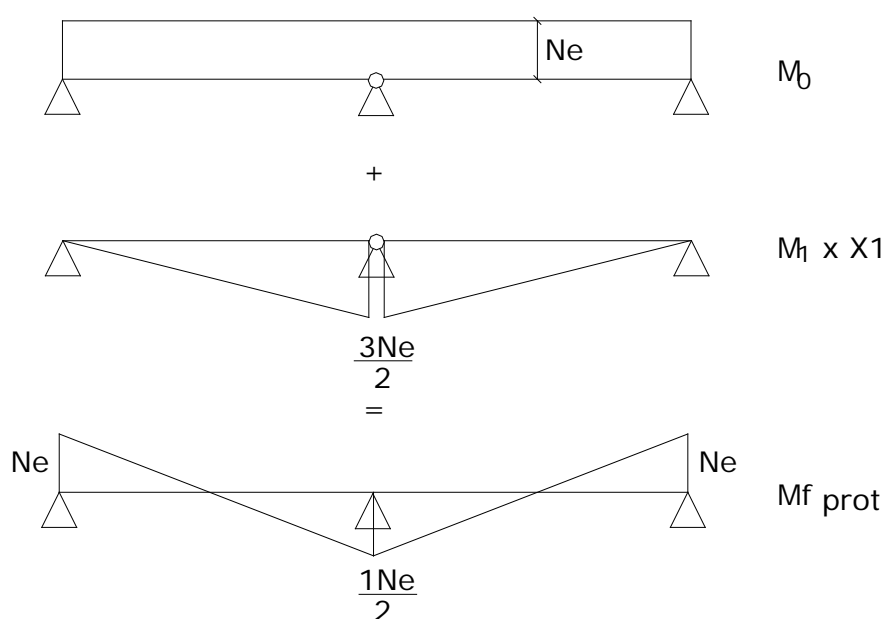


Figura 48: Diagrama final de protensão – exemplo3.

Observações e conclusões:

- 1) O diagrama de momentos fletores gerado pelo hiperestático de protensão é, geralmente, positivo.
- 2) Nos casos práticos, pontes e viadutos, com um traçado normal de cabos, o valor do hiperestático de protensão é 20% dos momentos negativos atuantes na peça.
- 3) Nas vigas protendidas utiliza-se geralmente o perfil I com a mesa superior maior que a inferior. Logo o centro de gravidade da viga se situa acima da metade de sua altura. Por isso, em geral, $e > a$.

- 4) No traçado dos cabos, caso a protensão não cubra o total das solicitações no estado limite de utilização e no estado limite último, uma pequena modificação da excentricidade provocará o atendimento às ditas exigências.
- 5) O hiperestático de protensão depende exclusivamente das excentricidades do cabo de protensão.

7.1. QUANTO À PERTINÊNCIA DO TEMA SELECIONADO

Conforme destacado no texto de apresentação, este trabalho se propõe a constituir uma primeira iniciativa para implementação de um núcleo editorial na FEN/UERJ, com o objetivo de produzir publicações didáticas voltadas ao apoio aos cursos de graduação em Engenharia.

A partir de pesquisa bibliográfica preliminar, foi possível extrair elementos relevantes à definição da moldura temática para o estudo a ser desenvolvido neste trabalho.

As importantes transformações ocorridas nas últimas décadas, que incluem, na área da Engenharia Civil, a tendência à construção de edificações de grande porte e de estruturas cada vez mais sofisticadas e com maiores vãos livres, colocam o concreto protendido entre os materiais que têm maior capacidade de fazer frente aos problemas que se apresentam, cada vez com maior frequência, no cotidiano da Engenharia Civil.

Numa busca junto à literatura especializada, objetivando levantar o estado da arte referente ao cálculo de estruturas de concreto, observa-se que, enquanto muitas publicações abordam, de forma didática e voltada para estudantes de graduação, o cálculo de estruturas em concreto armado, poucas abordam o concreto protendido. Esses raros exemplos, além de serem, em sua grande maioria, em língua estrangeira, não se destinam a apresentar os conceitos mais básicos numa formatação didática, fugindo, assim, ao escopo de um livro texto voltado para cursos de graduação.

Nesse cenário, coloca-se como pertinente a elaboração de um texto didático sobre o referido material, em língua portuguesa, voltado aos estudantes de graduação em Engenharia Civil.

7.2. QUANTO AO MATERIAL CONCRETO PROTENDIDO

Conforme demonstrado ao longo do trabalho, as forças de protensão aplicadas sobre o concreto, permitem que se tome o máximo partido da alta resistência que o concreto oferece às tensões de compressão. Ao mesmo tempo, elas ajudam a neutralizar os problema decorrentes da pequena resistência do concreto à tração, uma vez que são dimensionadas de forma a que todas as seções da peça estrutural de concreto estejam completamente submetidas a tensões de compressão, quando sujeitas às solicitações de trabalho.

Como os efeitos da protensão podem ser traduzidos em carregamentos que se opõem aos carregamentos oriundos das solicitações externas, pode-se afirmar que ela promove um alívio de tensões na estrutura, tornando possível a execução, em concreto protendido, de estruturas mais esbeltas e, portanto, com menores custos. Além disso, a protensão propicia a redução de fissuras através da diminuição e/ou eliminação das tensões de tração, o que leva à diminuição do risco de corrosão, aumentando a qualidade e a durabilidade das peças executadas com concreto protendido.

Quanto à aplicabilidade do concreto protendido, além de prestar-se à construção de estruturas com grandes vãos livres, este mostra-se bastante eficiente nas estruturas sujeitas a cargas repetidas, como pontes ferroviárias e rodoviárias, em função da capacidade de manutenção de sua integridade após ciclos alternados de solicitações.

O concreto protendido é também um material aplicável na recuperação estrutural de peças que apresentam deformações exageradas, pois com a aplicação da protensão, o concreto se comprime e ocorre a redução das fissuras e das flechas, recuperando a peça.

7.3. CONSIDERAÇÕES QUANTO À CONTINUIDADE DO TRABALHO

Tendo em vista as limitações de tempo e considerando-se o porte desejável para um projeto final de curso de graduação, o presente trabalho limitou-se a caracterizar o concreto protendido como material para execução de peças estruturais, apresentando os conceitos fundamentais que permitem a compreensão do seu comportamento mecânico.

Visando à produção de uma publicação didática que possa ser adotada em um curso completo de concreto protendido, este trabalho deve ser complementado com a descrição de mecanismos analíticos de dimensionamento de peças estruturais em concreto protendido, nos estados limites último e de utilização.

Outra questão que merece estudo específico são os fenômenos reológicos aos quais estão sujeitos os materiais constitutivos do concreto protendido, os quais levam a perdas de protensão ao longo do tempo. Técnicas direcionadas à quantificação dessas perdas devem ser apresentadas, uma vez que elas devem, necessariamente, ser consideradas nos projetos estruturais, sob pena de falência da estrutura a longo prazo.

Por fim, é desejável que uma descrição dos sistemas de protensão existentes, bem como uma análise de custos do material sejam incorporados a este trabalho, resultando, assim, numa publicação completa sobre a matéria aqui tratada.

Cabe destacar que, embora tais temas não tenham sido aqui desenvolvidos por extrapolarem o escopo de um trabalho de graduação, a autora, juntamente com seus professores orientadores, encontram-se engajados no projeto de complementação deste texto. Nesse sentido, já se iniciaram, inclusive, negociações junto a editoras, visando à publicação do primeiro livro produzido pelo núcleo editorial da FEN/UERJ.

BIBLIOGRAFIA

BELGO-MINEIRA BEKAERT ARAMES S. A., 1998, *Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido*, catálogo técnico.

DUARTE, E. P., 2001, *Notas de Aula de Concreto Protendido*, Faculdade de Engenharia da UERJ, Rio de Janeiro.

IME, *Apostila de Concreto Protendido*.

LEONHARDT, F., 1967, *Hormigon Pretensado: Proyecto y Construcción*, ed. Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, Madri.

LEONHARDT, F., Mönning, E., 1977, *Construções de Concreto: Princípios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado*, vol.1, trad. David Fridman, ed. Interciência, Rio de Janeiro.

LEONHARDT, F., 1983, *Construções de Concreto: Concreto Protendido*, vol.5, trad. João Luis Escosteguy Merino, ed. Interciência, Rio de Janeiro.

LIN, T. Y., 1972, *Diseño ee Estructuras de Concreto Preesforzado*, Compañia Editorial Continental S.A., México.

MAC PROTENSÃO, Manual dos Encarregados.

NAWY, E. G., 1999, *Prestressed Concrete: A Fundamental Approach*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey

PFEIL, W., 1980, *Pontes em Concreto Armado*, Livros Técnicos e Científicos S. A., Rio de Janeiro.

RAMASWAMY, G. S., 1978, *Modern Prestressed Concrete Design*, Pitman Publishing Limited, London..

SCHMIDT, L., 2000, *Notas de Aula de Hiperestática I*, Faculdade de Engenharia da UERJ, Rio de Janeiro.

SÜSSEKIND, J. C., 1975, *Curso de Análise Estrutural*, vol. I, II e III, Ed. Globo S.A., Porto Alegre.

SÜSSEKIND, J. C., 1983, *Curso de Concreto: Concreto Armado*, vol. I, Ed. Globo S.A., Rio de Janeiro.

SÜSSEKIND, J. C., 1984, *Curso de Concreto: Concreto Armado*, vol. II, Ed. Globo S.A., Rio de Janeiro.

VERÍSSIMO, G. S., CÉSAR JR., K. M. L., 1998, *Concreto Protendido-Fundamentos Básicos*, ed. Universidade Federal de Viçosa.

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS E FUNDAÇÕES**



CONCRETO PROTENDIDO

8

ESTADO LIMITE ÚLTIMO

**ALAN LOPES NÓBREGA
DESIRÉE CHRISTINE DE O. E SILVA
ELIANE KUHNERT CAMPOS
FLÁVIA P. DE SOUSA
MICHELLE NOGUEIRA GUEDES
RODRIGO RODRIGUES
RODRIGO CALIL
RUBEM CARLOS C. DE A. JÚNIOR**

8.1. INTRODUÇÃO	67
8.2. REVISÃO DO CONCRETO ARMADO	68
8.2.1 - Estudo do Comportamento das Seções à Flexão Simples em Concreto Armado	68
8.2.2 – Simplificação do diagrama de tensões no concreto (seção retangular) para $\epsilon_{m\acute{a}x} = 3.5\text{‰}$	70
8.2.3 – Coeficiente ψ corretor do diagrama parábola-retângulo de tensões de compressão no concreto para o diagrama retangular equivalente.....	70
8.2.4 – Equações Fundamentais do Concreto Armado.....	72
8.2.5 – Curvas tensãoxdeformação dos materiais	72
8.2.6 – Comportamento das tensõesxdeformações na seção retangular de concreto armado	73
8.2.7 – Rescrevendo as equações do concreto armado	75
8.2.8 – Campos de variação.....	76
8.3. MONTAGEM DA TABELA DE FLEXÃO	78
8.3.1 – Parâmetros K_{md} , K_x e K_z	78
8.3.2 – Exemplo de tabela de flexão	78
8.4. ENSAIO DE UMA VIGA EM UM LABORATÓRIO VIRTUAL	80
8.4.1. Laboratório Virtual.....	80
8.4.2. Observações	99
8.4.3. Conclusão.....	100
8.5. CONCEITO DO PRÉ-ALONGAMENTO.....	101
8.6. COMPORTAMENTO REAL DAS PEÇAS EM CP NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO	104
8.6.1 Comportamento Real do Concreto Armado.....	104
8.6.2 Comportamento Real do Concreto Protendido	104
8.7. CÁLCULO PRÁTICO DAS PEÇAS EM CONCRETO ESTRUTURAL	105
8.7.1- Exemplo do Cálculo de Viga de Seção Retangular	105
8.7.2- Exemplo do Cálculo de Viga I.....	109

8.1. INTRODUÇÃO

O presente capítulo visa introduzir o conceito de estado limite último de estruturas em concreto estrutural, salientando o incremento de deformação específica a ser levado em conta no comportamento estrutural e no dimensionamento das peças de concreto protendido em relação às peças de concreto armado (pré-alongamento).

Apresenta-se, inicialmente, uma sucinta revisão de estruturas de concreto armado, as equações demonstrativas de suas propriedades/características e a criação da tabela de flexão. Em seguida faz-se o ensaio de uma viga de concreto armado em um laboratório virtual, utilizando-se da programação computacional, onde pode ser observado o comportamento da seção no tocante às tensões e deformações no aço e no concreto separadamente e à posição da linha neutra (que se desloca durante o ensaio), até a ruptura da fictícia viga por flexão. Este ensaio tem a finalidade de evidenciar o comportamento real das peças de concreto estrutural fletidas, desde o início do carregamento até o seu estado final. Já que as tabelas de flexão, muito úteis para o dimensionamento das armaduras, não são práticas na visualização do comportamento real das peças fletidas. Com esta visão poder-se-á extrapolar a evolução dos acréscimos das deformações específicas dos materiais aço doce e concreto para o comportamento das peças que contenham também o aço de protensão.

Segue a apresentação do conceito do pré-alongamento, que representa o diferencial entre as peças de concreto armado e protendido. Como realizado para o concreto armado, demonstra-se o comportamento de peças de concreto protendido no estado limite último. Por fim, temos o cálculo de peças em concreto protendido, explicitando os fatores requeridos para o dimensionamento destas peças, bem como as considerações necessárias frente às diferentes propriedades do novo material introduzido: o aço de protensão.

8.2. REVISÃO DO CONCRETO ARMADO

8.2.1 - Estudo do Comportamento das Seções à Flexão Simples em Concreto Armado

Para o dimensionamento à flexão simples, no estado limite último adotam-se as seguintes premissas básicas:

a. As seções transversais permanecem planas até a ruptura, considerando válida a hipótese de Bernoulli, sendo, portanto, as de deformações específicas, ϵ_s e ϵ_c , ligadas por uma reta (figura 01) e por variação desta deformação específica coerente com o giro da seção na linha neutra;

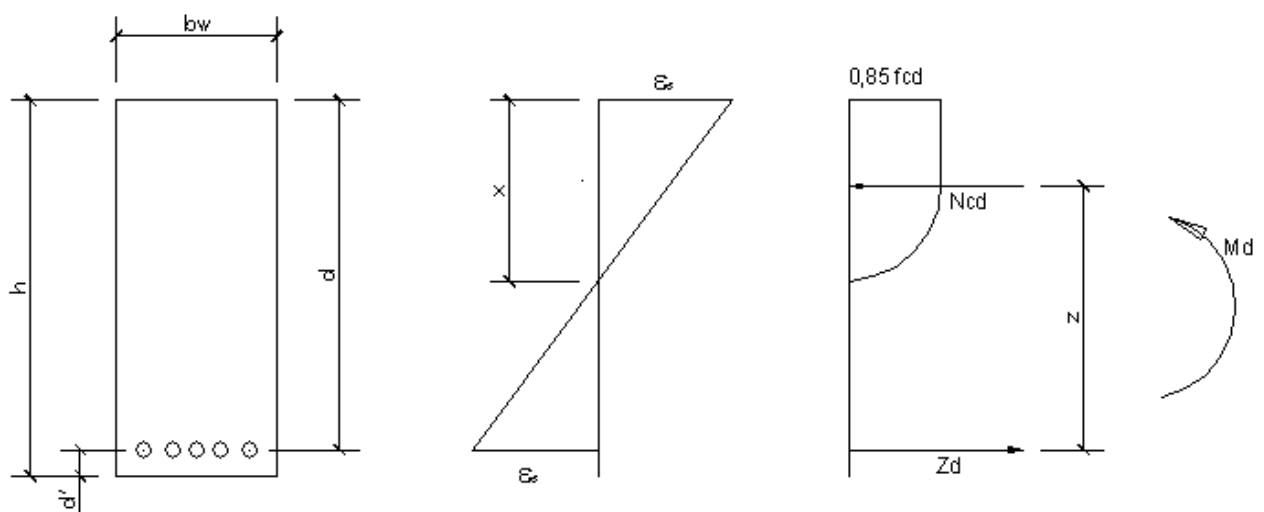


FIGURA 01

b. Para as seções fletidas o encurtamento de ruptura do concreto é de $3,5\text{‰}$, atingindo o valor de cálculo da tensão de compressão de $0,85f_{cd}$ (observado pelo efeito Rüsç), para deformações a partir de $2,0\text{‰}$. Para valores inferiores a $2,0\text{‰}$ as tensões de compressão no concreto decrescem até zero, segundo uma lei de variação parabólica, coincidindo com o ponto de deformação nula na linha neutra (figura 02);

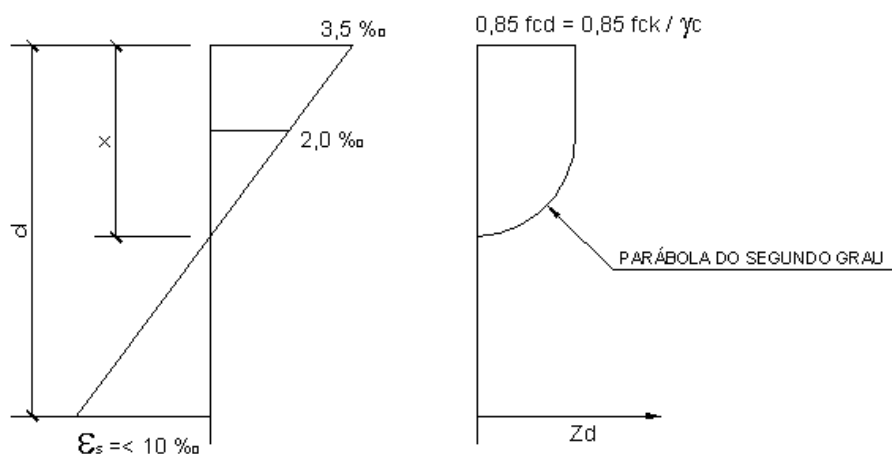


FIGURA 02

c. Limita-se o alongamento máximo da armadura de tração, ϵ_s , a partir do ponto da fibra com deformação específica nula, em 10.0‰ prevenindo-se deformações plásticas excessivas para a peça fletida (mesmo sabendo-se que, no comportamento das seções fletidas, a variação do valor de ϵ_s entre 5.0‰ e 10.0‰ causa modificações insignificantes na capacidade do momento resistente interno);

d. Despreza-se completamente a pequena resistência do concreto à tração;

e. A tensão máxima adotada para a armadura de tração corresponde exatamente à deformação ϵ_s (conforme item c), obtida no diagrama tensão x deformação para o aço utilizado.

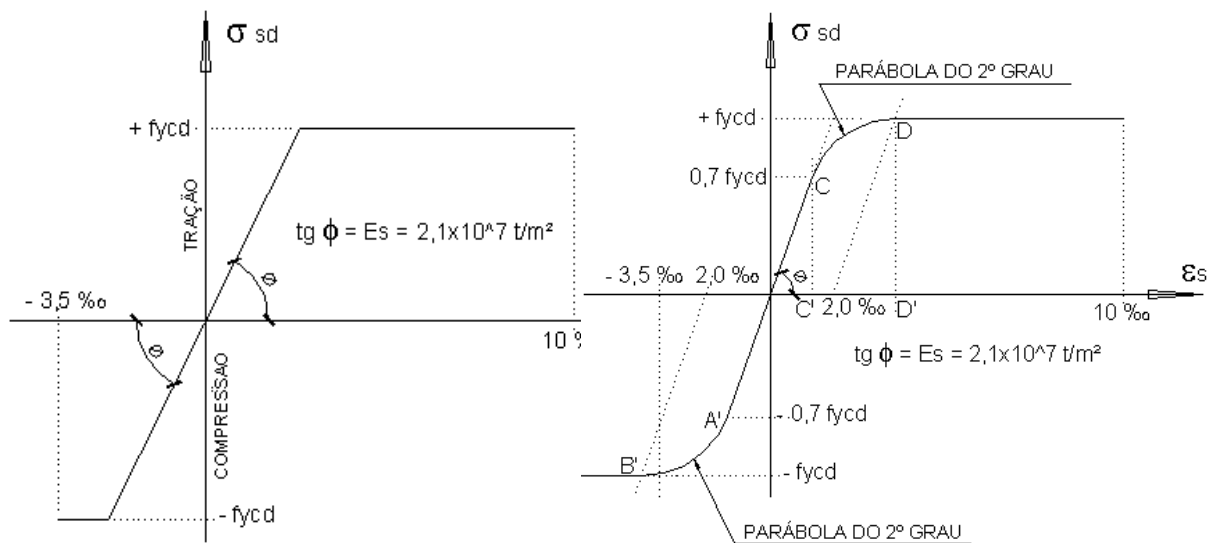


FIGURA 03

FIGURA 04

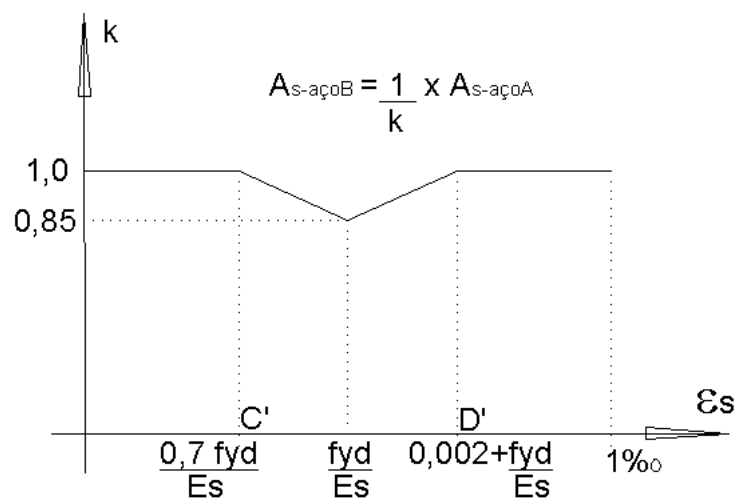


FIGURA 05

8.2..2 – Simplificação do diagrama de tensões no concreto (seção retangular) para $\epsilon_{c\text{máx}} = 3.5\text{‰}$

Com o auxílio da figura abaixo, determina-se o valor e a posição da força resultante de compressão de cálculo no concreto, N_{cd} .

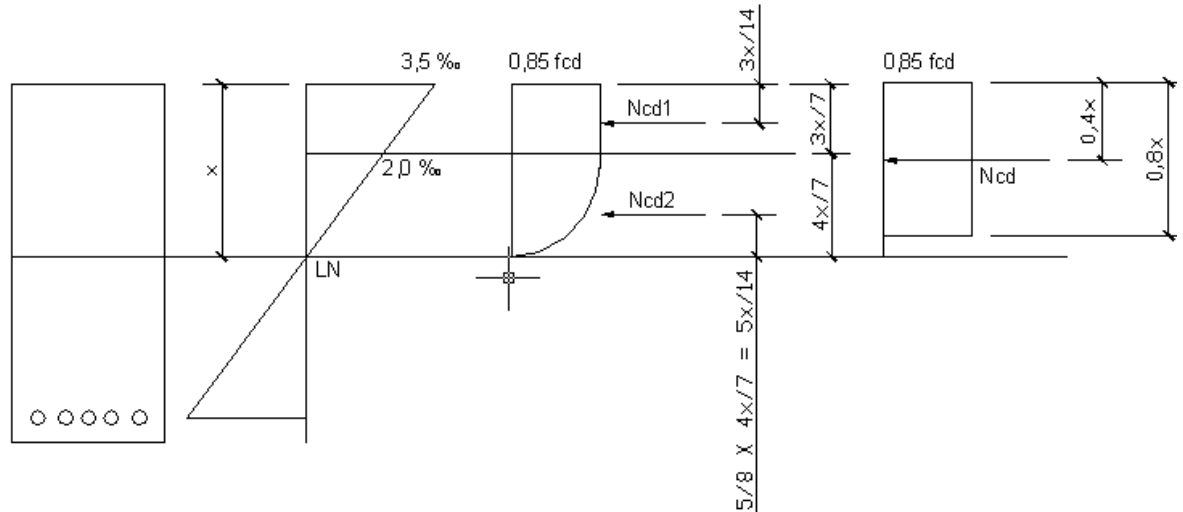


FIGURA 06

$$N_{cd1} = 0.85 f_{cd} \times b_w \times \frac{3}{7} x = 0.364 f_{cd} b_w x$$

$$N_{cd2} = \frac{2}{3} \times 0.85 f_{cd} \times b_w \times \frac{4}{7} x = 0.324 f_{cd} b_w x$$

$$N_{cd} = N_{cd1} + N_{cd2} = 0.688 f_{cd} b_w x$$

Centro de aplicação do N_{cd} :

$$s = \frac{0.364 \times 0.786 + 0.324 \times 0.357}{0.688} = 0.584$$

$$0.584 - 0.20 = 0.384 \cong 0.40$$

8.2.3 – Coeficiente ψ corretor do diagrama parábola-retângulo de tensões de compressão no concreto para o diagrama retangular equivalente

Para efeito de simplificarmos as expressões apresentadas vamos adotar o coeficiente ψ que tem a finalidade de equalizar as expressões das equações de equilíbrio interno.

8.2.3.1 – $\epsilon_c = 3.5\text{‰} \Rightarrow \psi = 1,0$

A simplificação do N_{cd} para este caso foi demonstrada no item 8.2.2.

8.2.3.2 – $2.0\text{‰} < \epsilon_c < 3.5\text{‰}$:

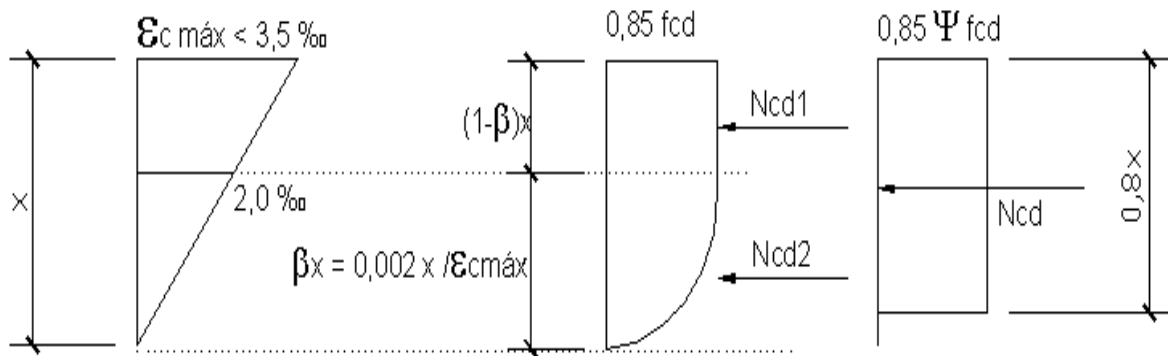


FIGURA 07

$$0.85f_{cd} \times b_w \times \left(1 - \frac{\beta}{3}\right) = 0.85f_{cd} \times \psi \times 0.8b_w x$$

$$\psi = 1.25 \left(1 - \frac{2\text{‰}}{3\epsilon_c}\right)$$

8.2.3.3 – $\epsilon_c < 2.0\text{‰}$:

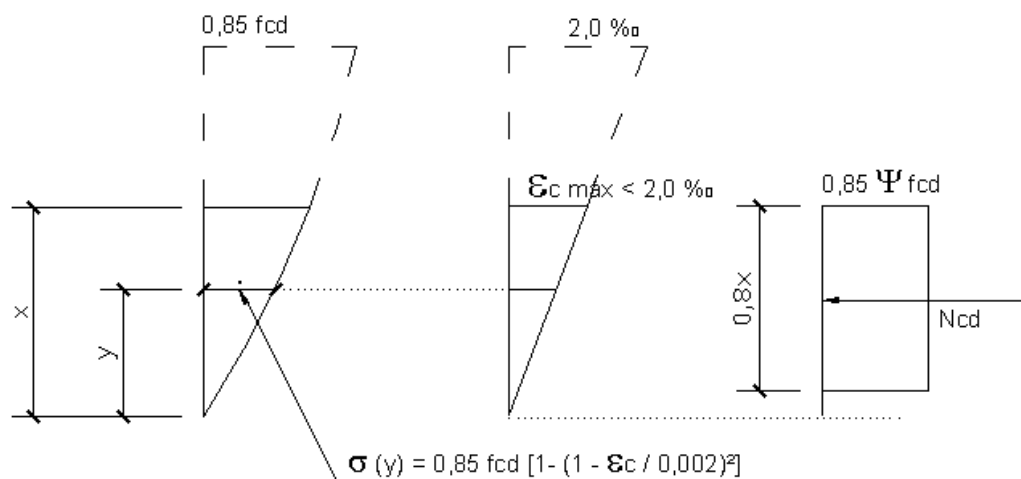


FIGURA 08

$$\psi = 1.25 \times \frac{\epsilon_c}{2\text{‰}} \left(1 - \frac{1}{3} \times \frac{\epsilon_c}{2\text{‰}}\right)$$

O parâmetro ψ é, então, inserido na equação de cálculo do N_{cd} .

$$N_{cd} = 0.85 f_{cd} \times b_w \times 0.80x \times \psi$$

8.2.4 – Equações Fundamentais do Concreto Armado

8.2.4.1 – Do equilíbrio das forças na seção tem-se:

$$\sum N = 0 \quad N_{cd} = N_{sd}$$

$$N_{cd} = 0.85 f_{cd} \times b_w \times 0.80x \times \psi$$

$$N_{sd} = A_s \times f_{yd}$$

8.2.4.2 – Do equilíbrio dos momentos na seção tem-se:

$$\sum M = 0 \quad M_d = N_{cd} \times z$$

$$z = d - 0.4x$$

8.2.5 – Curvas tensão x deformação dos materiais

As curvas tensão x deformação do aço e do concreto servem de base às avaliações de comportamento tensão x deformação do conjunto formado: o concreto armado.

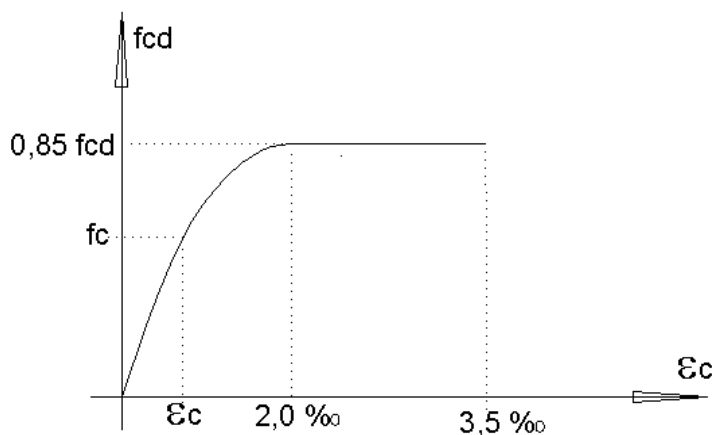


FIGURA 09

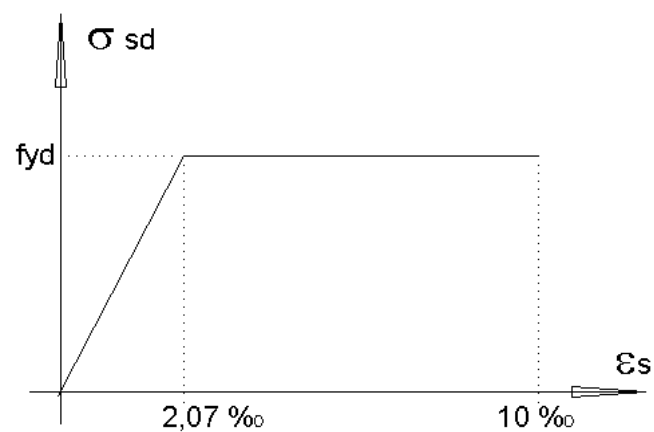


FIGURA 10

8.2.6 – Comportamento das tensõesxdeformações na seção retangular de concreto armado

8.2.6.1 – Posição da linha neutra:

A linha neutra representa o lugar geométrico de uma peça estrutural submetida à flexão em que as deformações são nulas (não havendo alongamento de tração tampouco encurtamento devido à compressão), e tem sua posição determinada através de semelhança de triângulos, utilizando-se o diagrama de deformações na seção de concreto armado.

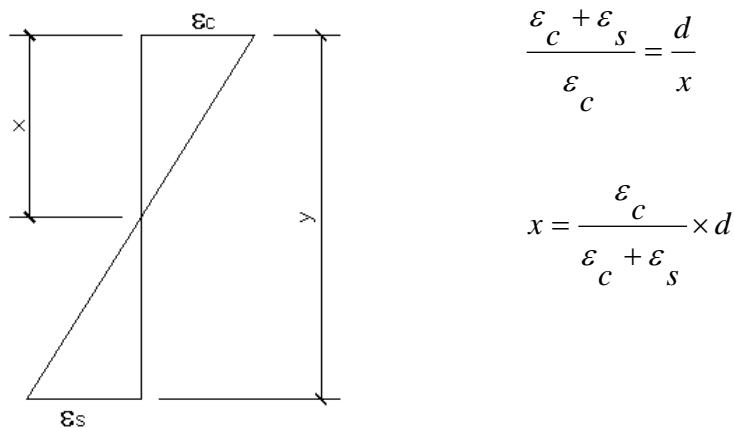


FIGURA 11

8.2.6.2 – Tensões de compressão no concreto:

As tensões de compressão no concreto variam parabolicamente com as deformações até o valor de 2,0‰, permanecendo constante até o encurtamento máximo de cálculo de 3,5‰.

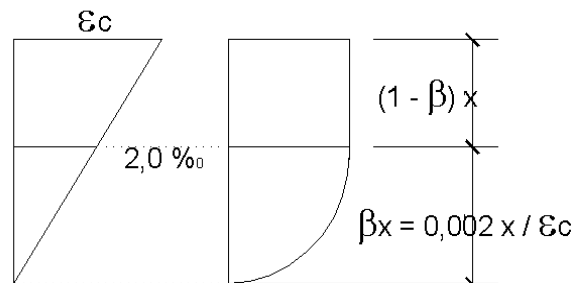


FIGURA 12

Para a determinação da equação de variação da tensão do concreto utilizam-se os eixos secundários s e t no diagrama $f_{cd} \times \epsilon_c$:

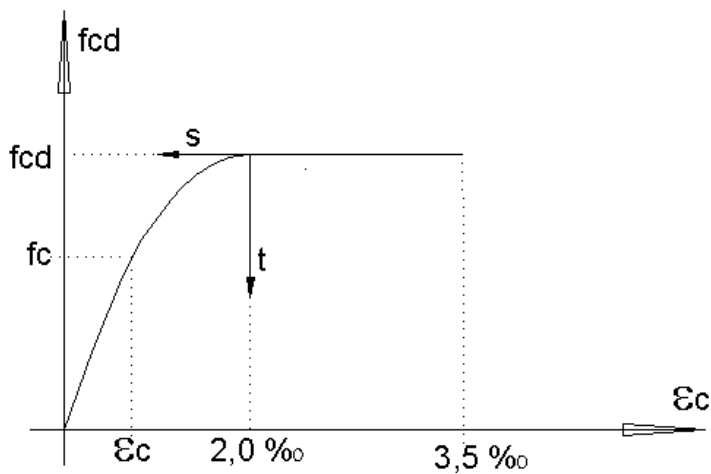


FIGURA 13

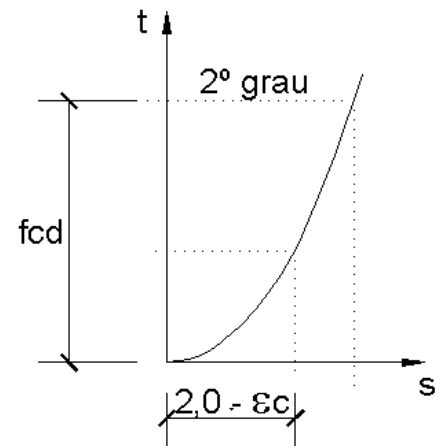


FIGURA 14

Cálculo do f_c (ϵ_c):

$$t = A s^2 \therefore f_{cd} = A \times 2,0^2 \therefore A = \frac{f_{cd}}{4}$$

$$t = \frac{f_{cd}}{4} \times s^2 \therefore t = \frac{f_{cd}}{4} \times (2,0 - \epsilon_c)^2$$

$$f_c = f_{cd} - t$$

$$f_c = f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4} \times (2,0 - \epsilon_c)^2$$

O comportamento do concreto se resume, então, às relações:

Para $\epsilon_c \leq 2,0\text{‰}$:

$$f_c = f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4} \times (2,0 - \epsilon_c)^2$$

$$\psi = 1,25 \times \frac{\epsilon_c}{2\text{‰}} \left(1 - \frac{1}{3} \times \frac{\epsilon_c}{2\text{‰}} \right)$$

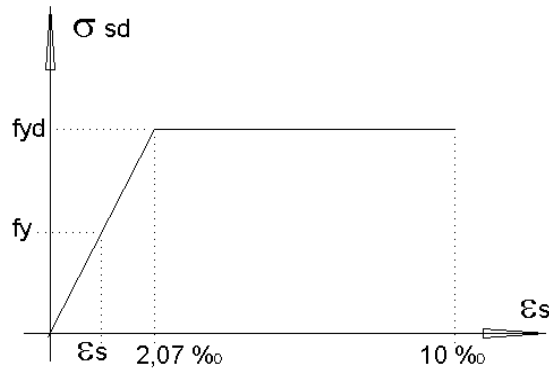
Para $2,0\text{‰} < \epsilon_c < 3,5\text{‰}$:

$$f_c = f_{cd}$$

$$\psi = 1,25 \times \left(1 - \frac{2\text{‰}}{\epsilon_c} \right)$$

8.2.6.3 – Tensões de tração no aço:

As tensões de tração no aço variam linearmente até o valor de 2.07‰ permanecendo constante até o alongamento máximo de cálculo de 10‰.



Varição linear de f_y :

$$\frac{2.07}{\epsilon_c} = \frac{f_{yd}}{f_y}$$

FIGURA 15

O comportamento do aço se resume, então, às seguintes relações:

Para $\epsilon_s \leq 2.07\text{‰}$:

$$f_y = \frac{\epsilon_s}{2,07\text{‰}} f_{yd}$$

Para $2.07\text{‰} < \epsilon_s < 10.0\text{‰}$:

$$f_y = f_{yd}$$

8.2.7 – Rescrevendo as equações do concreto armado

8.2.7.1 – Equilíbrio de forças:

$$\sum N = 0 \quad N_{cd} = N_{sd}$$

$$N_{cd} = 0.85 f_c \times \psi \times b_w \times 0.80 \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times d = 0.68 f_c \times \psi \times b_w \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times d$$

$$N_{sd} = A_s \times f_y$$

8.2.7.2 – Equilíbrio de momentos:

$$\sum M = 0 \quad M_d = N_{cd} \times z$$

$$z = \left(d - 0.4 \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times d \right) = d \times \left(1 - 0.4 \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right)$$

8.2.8 – Campos de variação

O comportamento tensão-deformação da seção de concreto armado de uma peça submetida à flexão é, portanto, descrito segundo quatro campos de variação condizentes com os campos de variação tensão-deformação dos materiais utilizados: aço e concreto.

Resumidamente, tem-se:

8.2.8.1 – $0‰ < \epsilon_c < 2.0‰$ e $0‰ < \epsilon_s < 2.07‰$:

$$N_{cd} = 0.68 f_c \times \psi \times b_w \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times d \qquad N_{sd} = A_s \times f_y$$

$$f_c = f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4} \times (2.0 - \epsilon_c)^2 \qquad f_y = \frac{\epsilon_s}{2.07 \text{‰}} f_{yd}$$

$$\psi = 1.25 \times \frac{\epsilon_c}{2 \text{‰}} \left(1 - \frac{1}{3} \times \frac{\epsilon_c}{2 \text{‰}} \right) \qquad z = d \times \left(1 - 0.4 \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right)$$

8.2.8.2 – $0‰ < \epsilon_c < 2.0‰$ e $2.07‰ < \epsilon_s < 10.0‰$:

$$N_{cd} = 0.68 f_c \times \psi \times b_w \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times d \qquad N_{sd} = A_s \times f_y$$

$$f_c = f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4} \times (2.0 - \epsilon_c)^2 \qquad f_y = f_{yd}$$

$$\psi = 1.25 \times \frac{\epsilon_c}{2 \text{‰}} \left(1 - \frac{1}{3} \times \frac{\epsilon_c}{2 \text{‰}} \right) \qquad z = d \times \left(1 - 0.4 \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right)$$

8.2.8.3 – $2.0‰ < \epsilon_c < 3.5‰$ e $0‰ < \epsilon_s < 2.07‰$:

$$N_{cd} = 0.68 f_c \times \psi \times b_w \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times d \qquad N_{sd} = A_s \times f_y$$

$$f_c = f_{cd} \qquad f_y = \frac{\epsilon_s}{2.07 \text{‰}} f_{yd}$$

$$\psi = 1.25 \times \left(1 - \frac{2 \text{‰}}{\epsilon_c} \right) \qquad z = d \times \left(1 - 0.4 \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right)$$

8.2.8.4 – $2.0\text{‰} < \epsilon_c < 3.5\text{‰}$ e $2.07\text{‰} < \epsilon_s < 10.0\text{‰}$:

$$N_{sd} = A_s \times f_y$$
$$f_y = f_{yd}$$
$$z = d \times \left(1 - 0.4 \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \right)$$
$$N_{cd} = 0.68 f_c \times \psi \times b_w \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times d$$
$$f_c = f_{cd}$$
$$\psi = 1.25 \times \left(1 - \frac{2\text{‰}}{\epsilon_c} \right)$$

8.3. MONTAGEM DA TABELA DE FLEXÃO

Como facilitador do dimensionamento de peças de concreto armado submetidas à flexão criaram-se os parâmetros K_{md} , K_x e K_z e as tabelas de dimensionamento à flexão. As tabelas apresentam os valores dos parâmetros anteriores para a variação das deformações do aço e concreto. Admitindo que a seção atinja a deformação máxima de um dos dois componentes, o aço (ϵ_s) por exemplo, faz-se as deformações do concreto (ϵ_c) variar, obtendo-se os valores de K_{md} , K_x e K_z . Faz-se o mesmo, fixando o valor máximo da deformação do concreto e, fazendo variar as deformações do aço, constrói-se a tabela de flexão.

8.3.1 – Parâmetros K_{md} , K_x e K_z

$$N_{cd} = 0.688 f_{cd} \times b_w \times x \times \psi \quad z = d - 0.4x$$

$$K_{md} = 0.688 \times \left(1 - 0.4K_x\right) \times \psi$$

$$M_d = N_{cd} \times z$$

$$K_x = \frac{x}{d} = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \times \frac{d}{d} = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s}$$

$$M_d = 0.688 f_{cd} \times b_w \times x \times (d - 0.4x) \times \frac{d^2}{d^2} \times \psi$$

$$K_z = \frac{z}{d} = 1 - 0.4K_x$$

$$\frac{M_d}{f_{cd} \times b_w \times d^2} = K_{md} = 0.688 \frac{x}{d} \times \left(1 - 0.4 \frac{x}{d}\right) \times \psi$$

8.3.2 – Exemplo de tabela de flexão

Utilizando-se as equações definidas no item anterior é montada a tabela de flexão da seguinte forma: correlacionando os valores das deformações no aço e no concreto e explicitando os valores dos parâmetros K_{md} , K_x e K_z correlatos.

ϵ_s	ϵ_c	K_{md}	K_x	K_z
10	0	0	1	0
10	0.5	0.05	0.98	0.01
10	1.0	0.09	0.96	0.03
10	1.5	0.13	0.95	0.06
10	2.0	0.17	0.93	0.09
10	2.5	0.20	0.92	0.12
10	3.0	0.23	0.91	0.14
10	3.5	0.26	0.90	0.16
9	3.5	0.28	0.89	0.17
8	3.5	0.30	0.88	0.18
7	3.5	0.33	0.87	0.20
6	3.5	0.37	0.85	0.22
5	3.5	0.41	0.84	0.24
4	3.5	0.47	0.81	0.27

Todos os itens apresentados tem a finalidade de criar o raciocínio indutivo do comportamento das peças de concreto protendido, de tal forma que com a mesma teoria apresentada para o concreto armado, acrescentando-se a esta o conceito do "pré-alongamento" se possa extrapolar para o comportamento a ser estudado das peças de concreto protendido.

8.4. ENSAIO DE UMA VIGA EM UM LABORATÓRIO VIRTUAL

A fim de visualizarmos o comportamento dos materiais aço e concreto, constituintes de uma viga de concreto armado, foi montado um ensaio virtual para demonstrar a não linearidade entre M_d e ε_c , ε_s , após a formatação das equações fundamentais do concreto armado em função de ε_c , ε_s , f_{ck} , b e d .

Este trabalho se divide em duas etapas:

a) Obtenção da relação entre M_d , ε_c e ε_s , mantendo A_s constante, obtido pelo método tradicional, fazendo-se o valor de M_d variar de 10% a 100% onde a viga foi considerada normalmente armada, incrementando-se, a princípio de 10% em 10% e, nas proximidades do valor de 90%, incrementando-se de 1% em 1%, as parcelas do momento atuante (M_d) para a observação da variação de ε_c e ε_s .

b) Obtenção da relação entre M_d , ε_c e ε_s , calculando-se o valor necessário de A_s para o equilíbrio da secção (sendo calculado através das mesmas equações fundamentais).

8.4.1. Laboratório Virtual

8.4.1.1. Primeira Etapa

Após a explicitação das equações em função de ε_c e ε_s e dos campos de variação das mesmas, partimos para o que chamaremos de Laboratório Virtual, pois testaremos uma viga de concreto armado, partindo da premissa da mesma ser normalmente armada, com dimensões previamente definidas e um momento final determinado, fazendo-se o incremento das parcelas deste momento para a determinação dos valores parciais de ε_c , ε_s , f_c , f_y , z , x e k_x , através da resolução das equações dentro do Excel, com o auxílio da ferramenta computacional Solver.

A viga possui as seguintes propriedades geométricas:

Secção	
b_w (m)	0,50
h (m)	1,00
d' (m)	0,05
d (m)	0,95

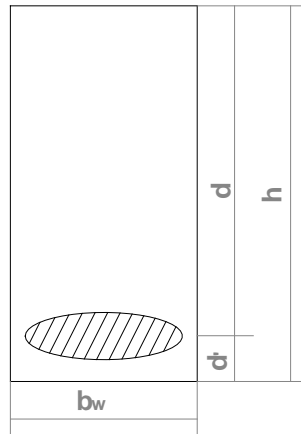


FIGURA 16

Programa "Cálculo de Momentos"

a) Planilha "Método Tradicional"

	A	B	C	D	E
1	Secção			Dimensionamento	
2	b_w (m)	0,50		x	0,246
3	h (m)	1,00		k_x	0,259
4	d' (m)	0,05		k_z	0,896
5	d (m)	0,95		ψ	1,0
6				k_{md}	0,160
7	Materiais			z (m)	0,85
8	f_{ck} (MPa)	30		M_d (m.tf)	154,59
9	f_{yd} (MPa)	435		A_s (cm²)	41,74
10	ε_c (‰)	3,50			
11	ε_s (‰)	10,00			

FIGURA 17

Célula	Fórmula
B1 a B4	Input – dados fornecidos pelo usuário
B5	=B3-B4
E2	=((B10)/(B10+B11))*B5
E3	=E2/B5
E4	=1-(0,4*E3)
E5	=SE(B10>=3,5;1;SE(2<B10<3,5;(1,25*(1-(2/(3*B10)))));(1,25*(B10/2)*(1-(B10/(3*2))))))
E6	=0,688*E3*E4*E5
E7	=B5-(0,4*E2)
E8	=E6*B2*(B5^2)*((B8*100)/1,4)
E9	=E8/(E7*(B9/100))

Obs.: Veja as expressões apresentadas no item 8.2.8 (pág. 76).

Nesta planilha são usados os valores de 3,50‰ e 10,00‰ para ϵ_c e ϵ_s respectivamente, para obtermos o valor de M_d de uma viga normalmente armada.

b) Planilha “Método Novo”

	A	B	C	D	E
1	Secção			Concreto	
2	b_w (m)	0,50		γ	0,8
3	h (m)	1,00		f_c (MPa)	21,30
4	d' (m)	0,05		N_{cd} (tf)	181,56
5	d (m)	0,95			
6				Aço	
7	Materiais			f_y (MPa)	435,00
8	f_{ck} (MPa)	30		A_s (cm²)	41,74
9	f_{yd} (MPa)	435		N_{sd} (tf)	181,56
10	ε_c (‰)	1,85			
11	ε_s (‰)	3,81		z (m)	0,83
12				M_d (m.tf)	149,95
13	Máximos				
14	ε_c (‰)	3,50		x (m)	0,31
15	ε_s (‰)	10,00		k_x	0,327

FIGURA 18

Célula	Fórmula
B1 a B5	'Método Tradicional'!Bi
B8 e B9	'Método Tradicional'!Bi
B10 e B11	Valores determinados através do Solver para atingir o valor de M_d pré-determinado
B14 e B15	Intervalos das células B10 e B11 respectivamente (viga normalmente armada)
E2	=SE(B10=3,5;1;SE(2<B10<3,5;(1,25*(1-(2/(3*B10))))); (1,25*(B10/2)*(1-(B10/(3*2))))))
E3	=SE(B10>=2;(B8/1,4);(B8/1,4)-((B8/1,4)/4)*((2-B10)^2))
E4	=0,688*E3*100*E2*B2*B5*(B10/(B10+B11))
E7	=SE(B11<2,07;((B11/2,07)*(B9));(B9))
E8	'Método Tradicional'!E9
E9	=E8*(E7/100)
E11	=B5*(1-(0,4*(B10/(B10+B11))))
E12	=E4*E11
E14	=((B10)/(B10+B11))*B5
E15	=E14/B5

Obs.: Veja as expressões apresentadas no item 8.2.8 (pág. 76).

c) Planilha "Resultados" para a variação de M_d de 10% a 100%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		M_d (m.tf)	ϵ_c (‰)	ϵ_s (‰)	Ψ	f_c (MPa)	f_y (MPa)	N_{sd} (tf)	N_{sd} (tf)	A_s (cm ²)	z (m)	x (m)	k_x
2	10%	15,46	0,31	0,24	0,18	6,16	50,38	21,03	21,03	41,74	0,74	0,54	0,565
3	20%	30,92	0,48	0,47	0,27	9,00	97,77	40,81	40,81	41,74	0,76	0,48	0,506
4	30%	46,38	0,62	0,69	0,35	11,21	144,34	60,24	60,24	41,74	0,77	0,45	0,474
5	40%	61,84	0,75	0,91	0,41	13,07	190,49	79,51	79,51	41,74	0,78	0,43	0,453
6	50%	77,30	0,88	1,13	0,47	14,69	236,42	98,68	98,68	41,74	0,78	0,42	0,438
7	60%	92,75	1,00	1,34	0,52	16,12	282,22	117,79	117,79	41,74	0,79	0,41	0,428
8	70%	108,21	1,13	1,56	0,57	17,38	328,04	136,91	136,91	41,74	0,79	0,40	0,420
9	80%	123,67	1,26	1,78	0,62	18,50	373,93	156,07	156,07	41,74	0,79	0,39	0,415
10	90%	139,13	1,40	2,00	0,67	19,48	419,99	175,29	175,29	41,74	0,79	0,39	0,411
11	91%	140,68	1,41	2,02	0,67	19,57	424,62	177,22	177,22	41,74	0,79	0,39	0,411
12	92%	142,22	1,42	2,04	0,68	19,65	429,23	179,15	179,15	41,74	0,79	0,39	0,411
13	93%	143,77	1,44	2,06	0,68	19,74	433,86	181,08	181,08	41,74	0,79	0,39	0,411
14	94%	145,32	1,50	2,31	0,70	20,08	435,00	181,56	181,56	41,74	0,80	0,37	0,394
15	95%	146,86	1,59	2,69	0,73	20,51	435,00	181,56	181,56	41,74	0,81	0,35	0,371
16	96%	148,41	1,70	3,17	0,76	20,94	435,00	181,56	181,56	41,74	0,82	0,33	0,349
17	97%	149,95	1,85	3,81	0,80	21,30	435,00	181,56	181,56	41,74	0,83	0,31	0,327
18	98%	151,50	2,10	4,80	0,85	21,43	435,00	181,56	181,56	41,74	0,83	0,29	0,304
19	99%	153,05	2,60	6,63	0,92	21,43	435,00	181,56	181,56	41,74	0,84	0,27	0,282
20	99,2%	153,40	3,00	7,85	0,94	21,43	435,00	181,56	181,56	41,74	0,84	0,26	0,277
21	100%	154,59	3,50	10,00	1,00	21,43	435,00	181,56	181,56	41,74	0,85	0,25	0,259

FIGURA 18

Célula	Fórmula
Ai	=Bi/\$B\$2
Bi	=Hi*Ki
Ci	Input (Solver)
Di	Input (Solver)
Ei	=SE(Ci=3,5;1;SE(2<Ci<3,5;(1,25*(1-(2/(3*Ci)))));(1,25*(Ci/2)*(1-(Ci/(3*2))))))
Fi	=SE(Ci>=2;('Método Novo'!\$B\$8/1,4);('Método Novo'!\$B\$8/1,4)-(('Método Novo'!\$B\$8/1,4)/4)*((2-Ci)^2))
Gi	=SE(Di<2,07;((Di/2,07)*('Método Novo'!\$B\$9));('Método Novo'!\$B\$9))
Hi	=0,688*Fi*100*Ei*'Método Novo'!\$B\$2*'Método Novo'!\$B\$5*(Ci/(Ci+Di))
Ii	=Ji*(Gi/100)
Ji	'Método Novo'!\$E\$8
Ki	'Método Novo'!\$B\$5*(1-(0,4*(Ci/(Ci+Di))))
Li	=(Ci)/(Ci+Di)*'Método Novo'!\$B\$5
Mi	=Li/'Método Novo'!\$B\$5

Obs.: Veja as expressões apresentadas no item 8.2.8 (pág. 76).

Apesar da planilha apresentar os valores de $\varepsilon_c = 3,50 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_s = 10,00 \text{ ‰}$ para M_d máximo, com o programa Solver não foi possível atingir valores de ε_c e ε_s para o valor de M_d igual a 154,59 m.tf. O valor máximo atingido pelo programa para M_d foi 153,40 m.tf (99,2%).

Montou-se uma planilha de Excel, onde manteve-se constante A_s da viga dada, como se a viga permanecesse normalmente armada. Com isso montou-se as equações de ψ , f_{cr} , f_{sr} , N_{cd} e N_{sd} através de formatações lógicas condicionais que determinavam qual equação deveria ser utilizada em função de ε_c e ε_s dentro dos campos de variação anteriormente definidos. A princípio quando criamos uma viga normalmente armada, isto é, $\varepsilon_c = 3,50 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_s = 10,00 \text{ ‰}$, esperamos encontrar um comportamento aproximadamente linear durante o aumento gradativo de M_d e os valores de ε_c e ε_s .

Através deste ensaio virtual verificamos a não proporcionalidade entre estes valores, como também a “derrapagem” que ocorre nos materiais aço e concreto, após ocorrerem os valores mais lineares de sua variação ($\varepsilon_c = 2,07 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_s = 2,00 \text{ ‰}$).

Seria de esperar que ao promover em um M_d (Momento de Cálculo) em uma viga propositalmente feita normalmente armada, que os valores de ε_c e ε_s tendessem para seus limites quando o M_d atuante estivesse próximo do valor de 100%, porém veremos que os valores reais de ε_c e ε_s nesta proximidade do $M_d \cong 99\%$ estão longe dos valores limites para $\varepsilon_c = 3,50 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_s = 10,00 \text{ ‰}$.

Este fato nos conduzirá a tirar várias conclusões com relação a esta não-linearidade.

Foi feita a variação do momento de 10% em 10% até 90% de seu valor e a partir daí, variando-o de 1% em 1% até a totalidade de seu valor.

Dentro do Solver, definimos qual o valor de momento que desejávamos obter, valores que deveriam variar (ε_c e ε_s) e definimos também suas condições. As condições foram as de que $\varepsilon_c \leq 3,50 \text{ ‰}$, $\varepsilon_s \leq 10,00 \text{ ‰}$ e as equações: $N_{cd} = N_{sd}$ e $M_{di} = M_{de}$. Com isso além de obtermos os valores de ε_c e ε_s , obtivemos os valores de z , x , k_x , Ψ , f_c e f_y .

A partir da solução do problema traçamos os gráficos: $M_d \times \varepsilon_c$, $M_d \times \varepsilon_s$, $M_d \times f_c$, $M_d \times f_s$, $\varepsilon_s \times \varepsilon_c$, $f_c \times f_y$, $M_d \times N_{cd}$ (N_{sd}), $M_d \times z$ e, com isso, podemos fazer algumas observações.

Gráfico $M_d \times \epsilon_c$

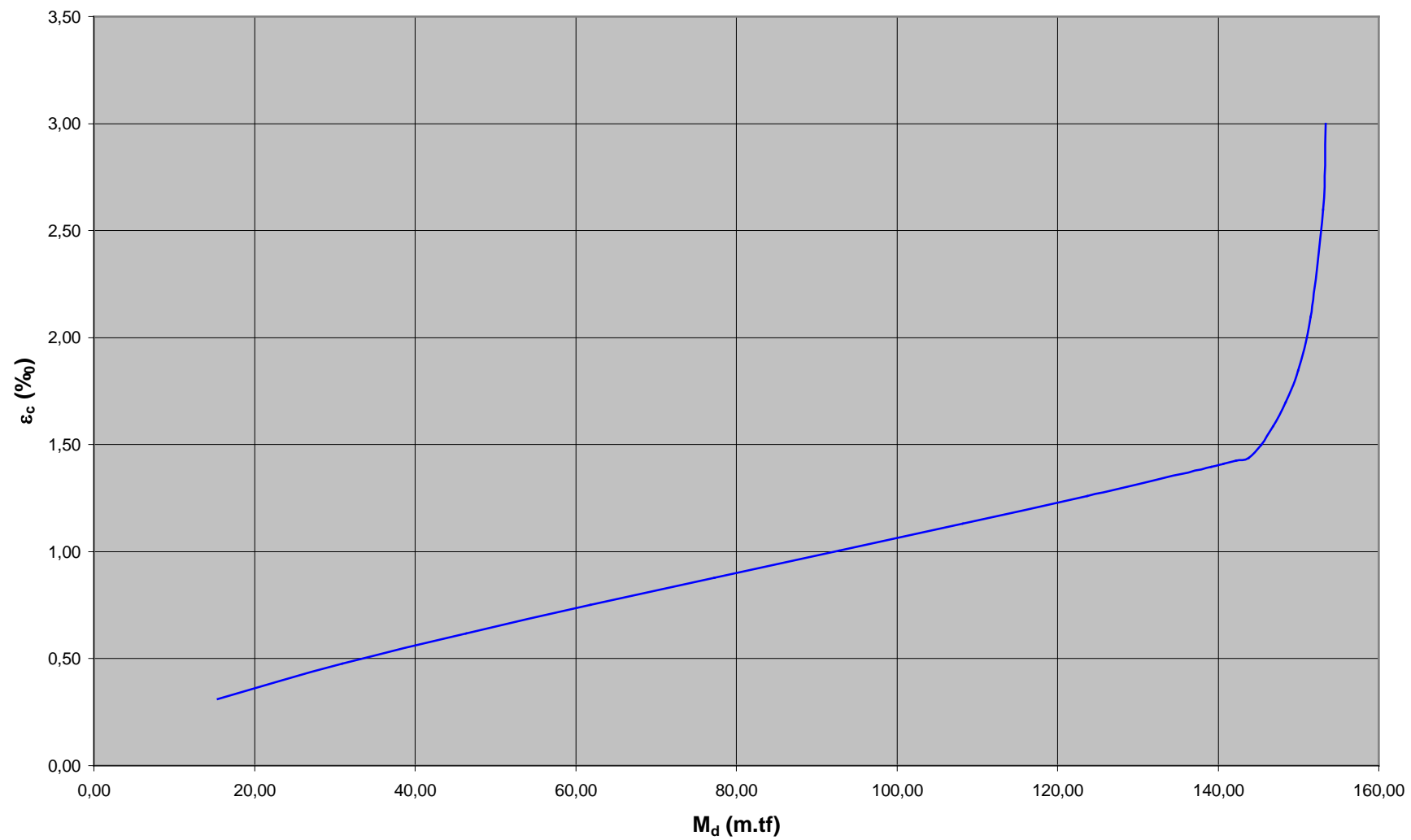


Gráfico $M_d \times \varepsilon_s$

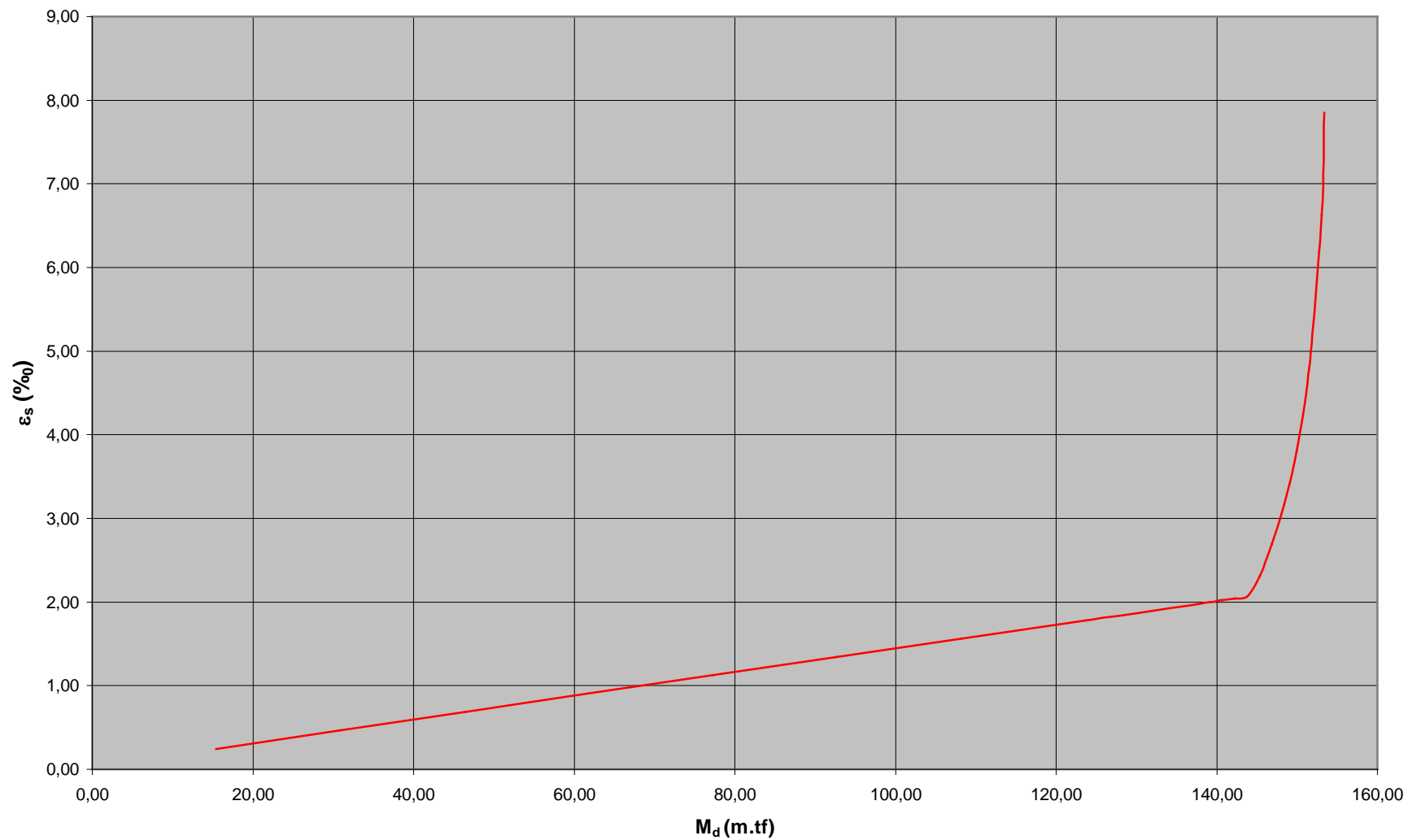


Gráfico M_d x f_c

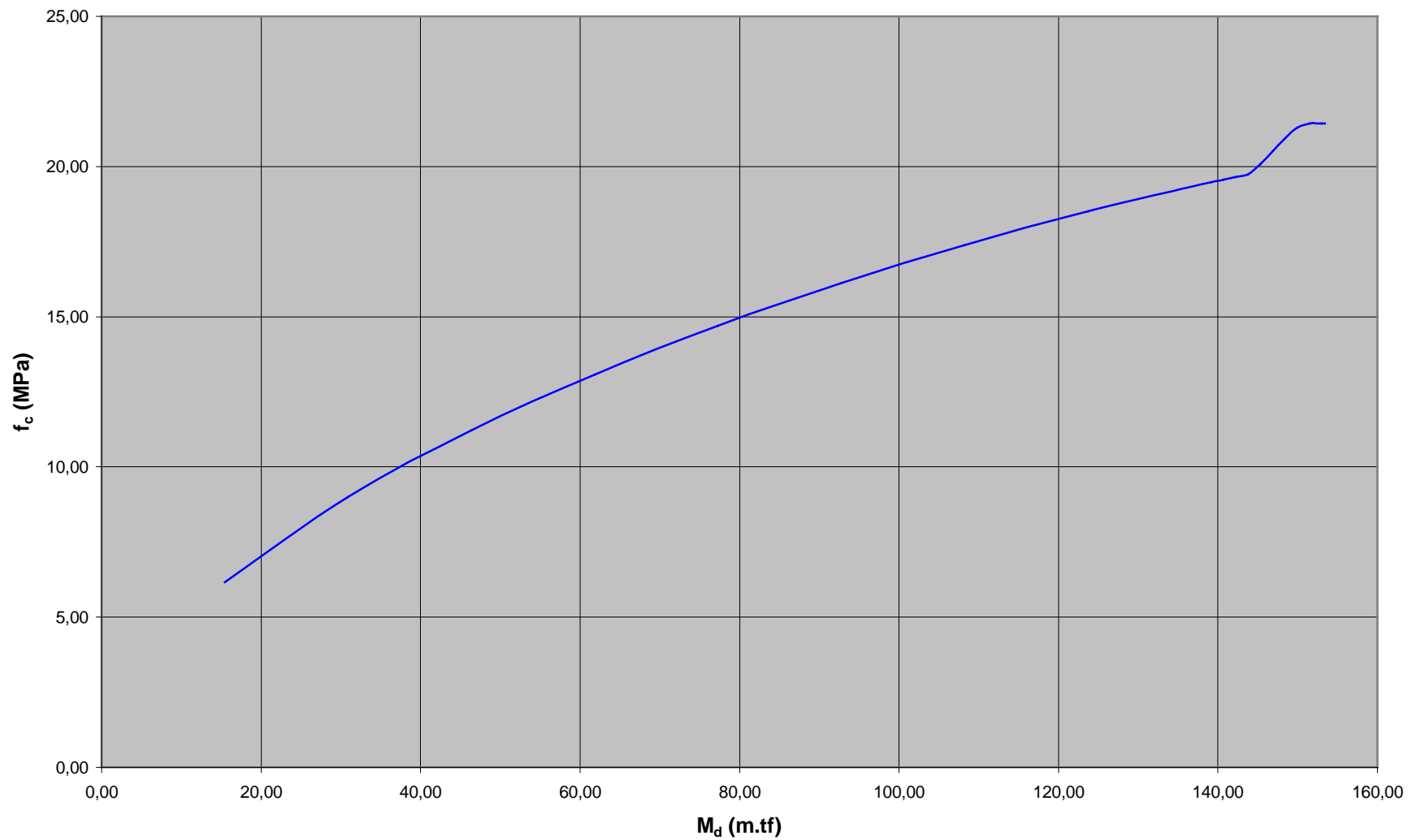


Gráfico M_d x f_y

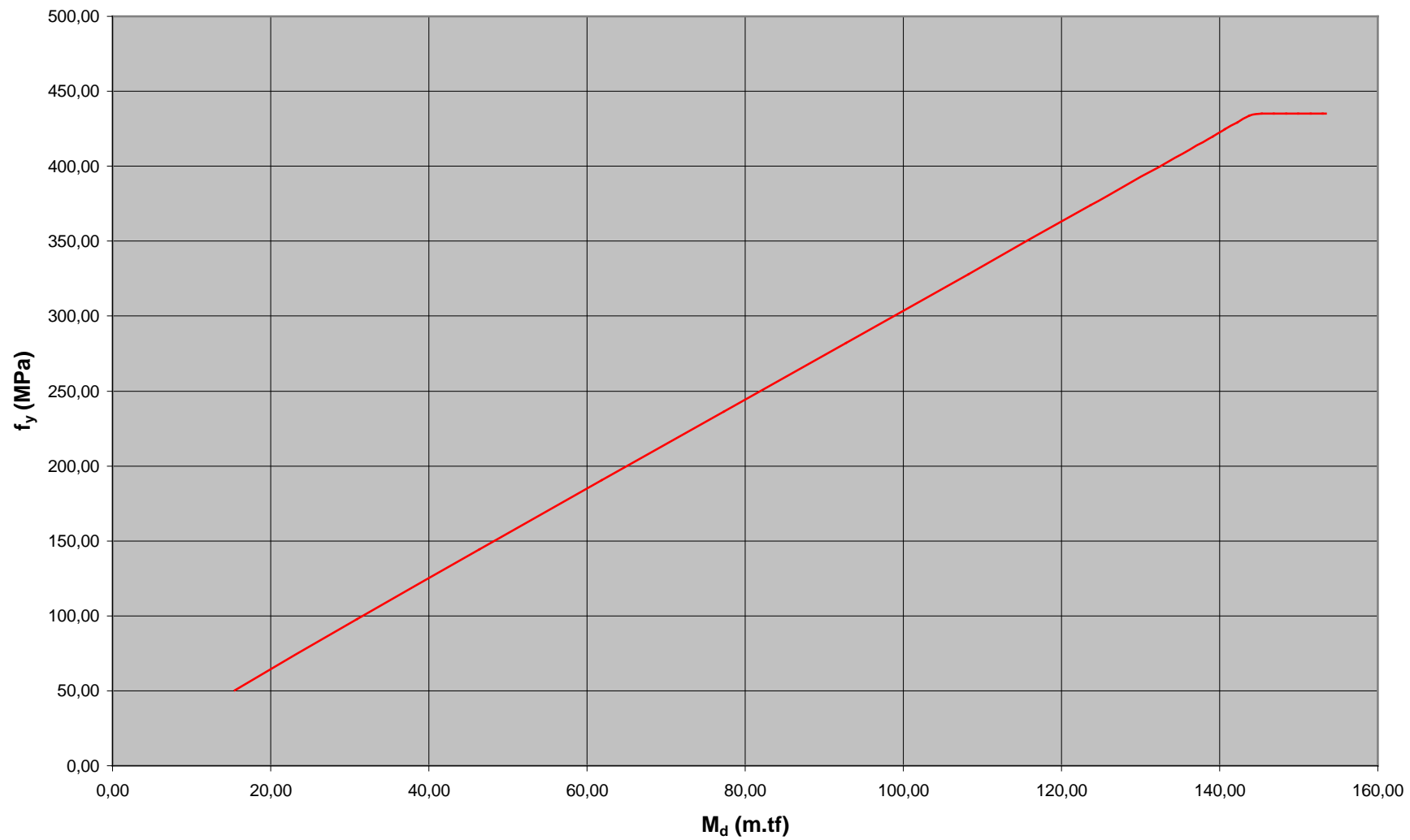


Gráfico $\epsilon_s \times \epsilon_c$

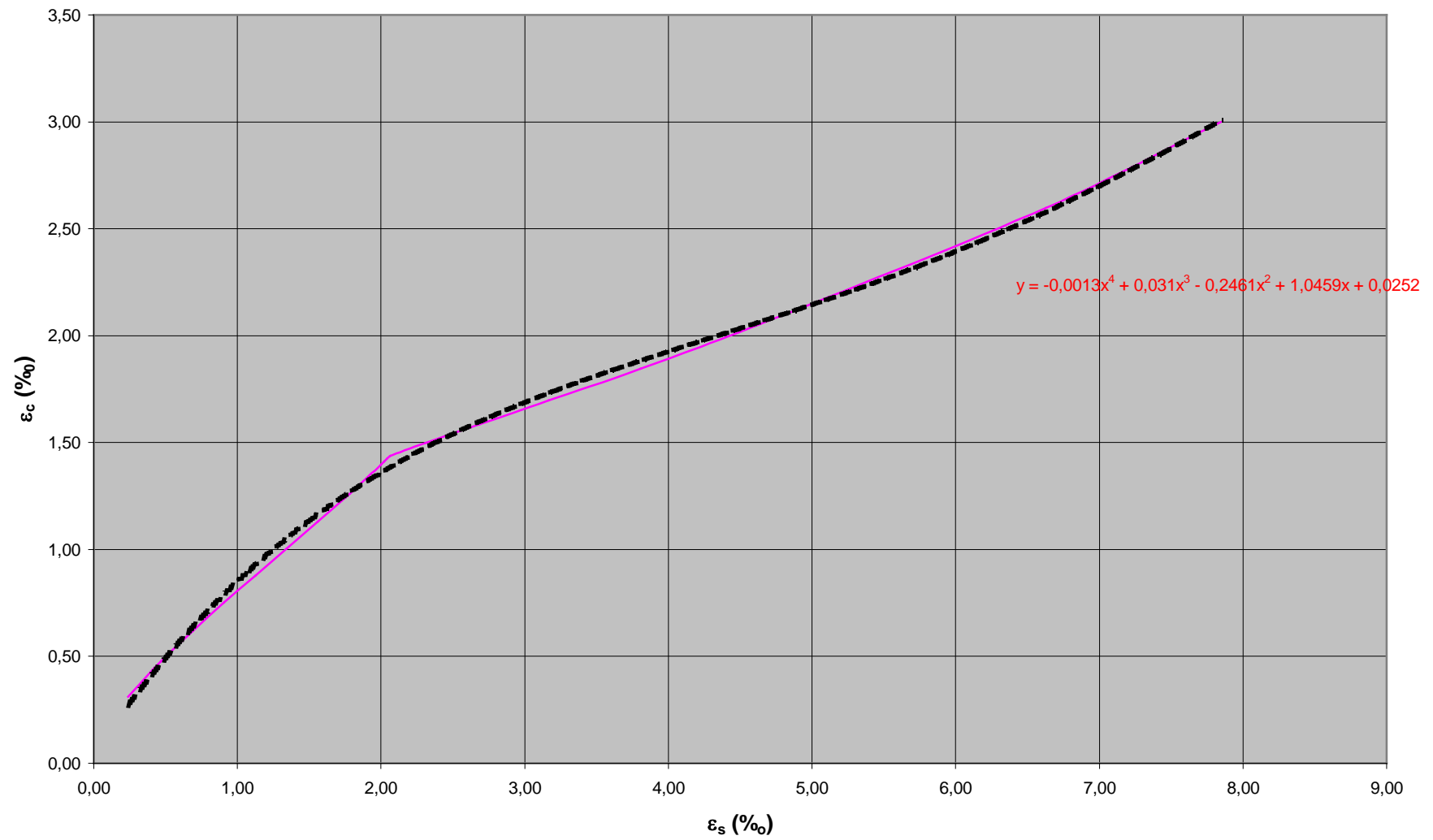


Gráfico f_y x f_c

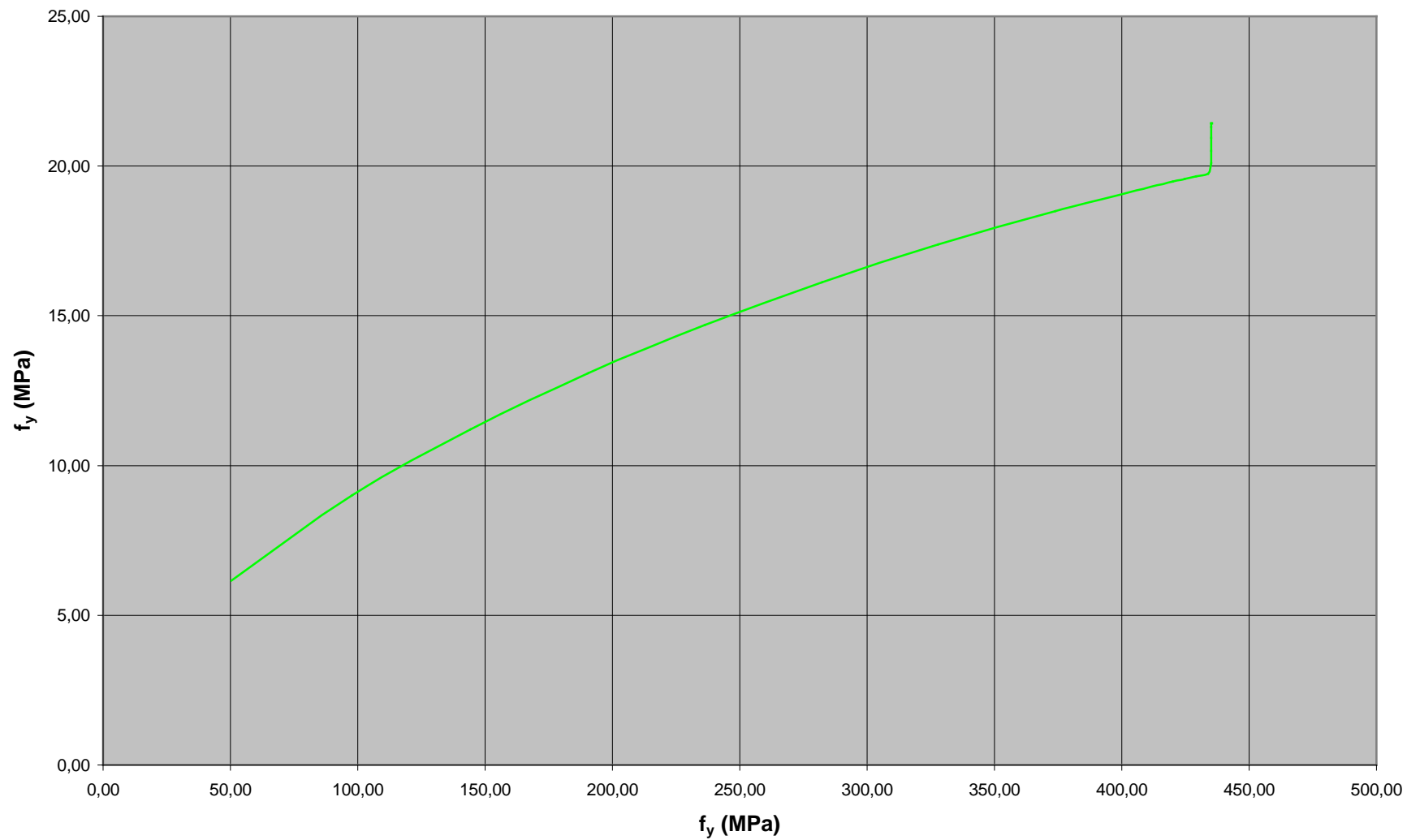


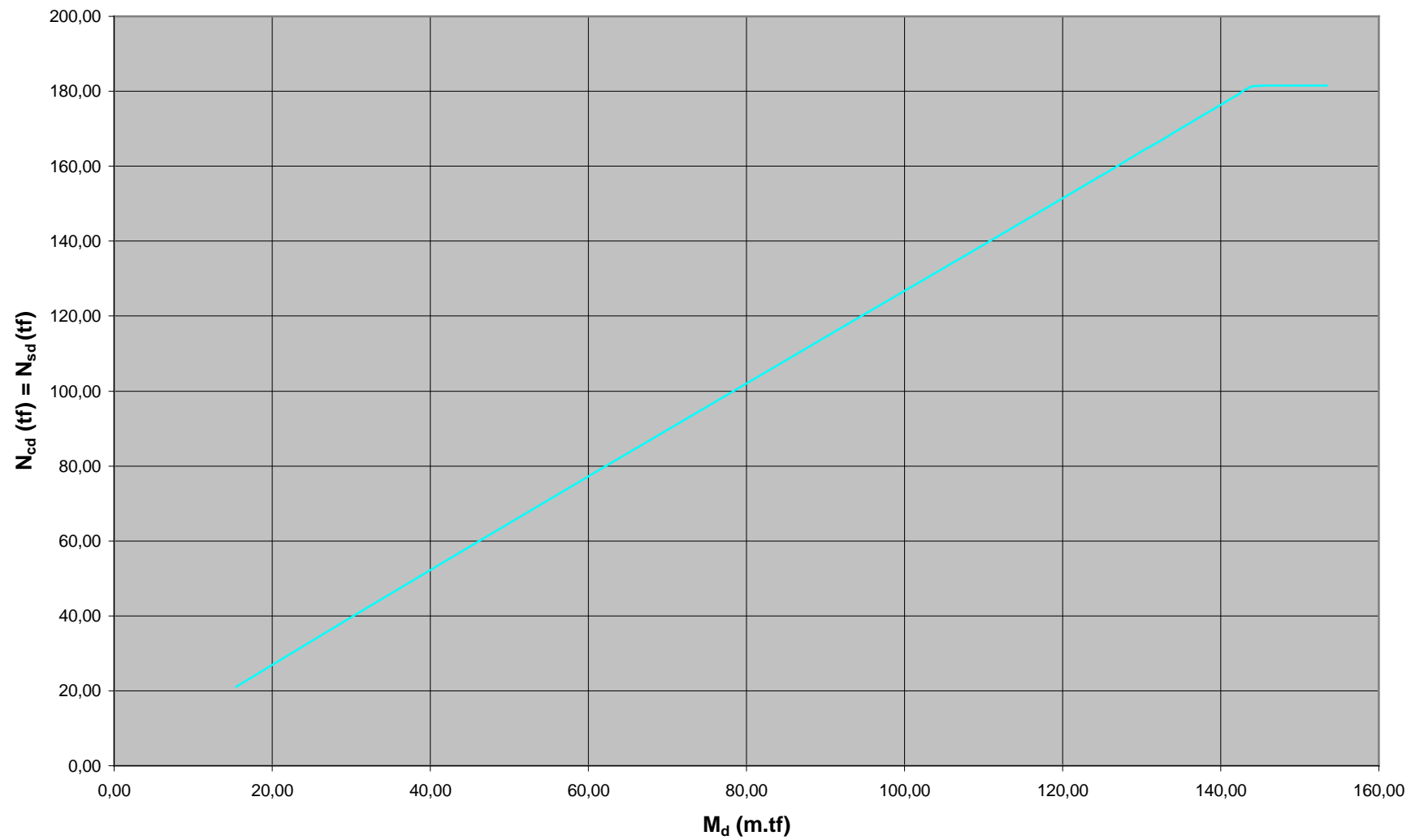
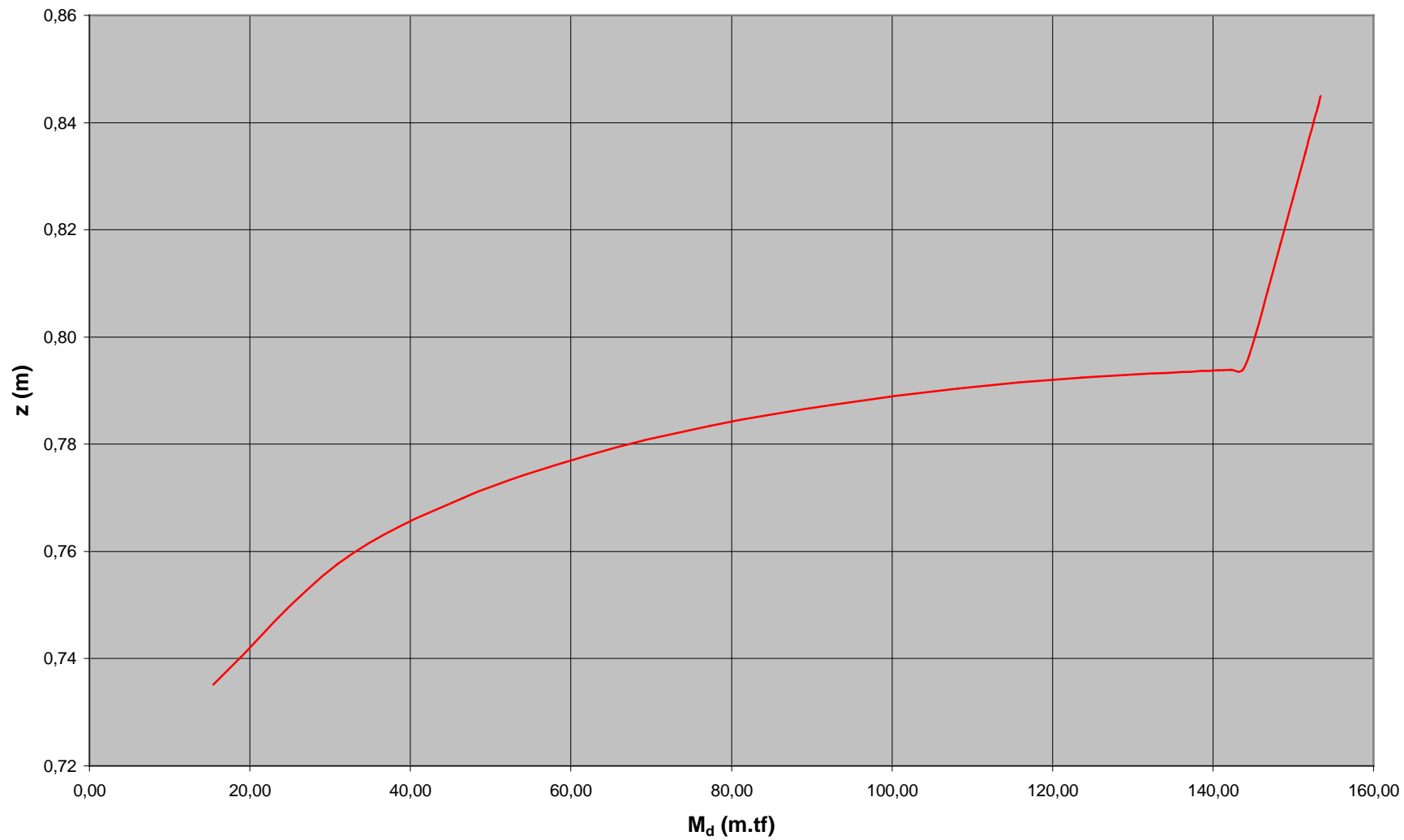
Gráfico $M_d \times N_{cd} (N_{sd})$ 

Gráfico Md x z



8.4.1.2. Segunda Etapa

A segunda etapa do Laboratório Virtual é a formulação de um programa, onde o usuário informará o momento desejado e obterá a A_s necessária, juntamente com seus respectivos ϵ_c e ϵ_s .

A viga possui as mesmas propriedades geométricas da primeira etapa.

Este programa será útil quando necessitarmos dimensionar uma armadura complementar de aço doce em uma peça protendida.

Programa "Cálculo da Área de Aço Doce"

a) Planilha "Método Tradicional"

	A	B	C	D	E
1	Secção			Dimensionamento	
2	b_w (m)	0,50		x	0,246
3	h (m)	1,00		k_x	0,259
4	d' (m)	0,05		k_z	0,896
5	d (m)	0,95		Y	1,0
6				k_{ind}	0,160
7	Materiais			z (m)	0,85
8	f_{ck} (MPa)	30		M_d (m.tf)	154,59
9	f_{yd} (MPa)	435		A_s (cm²)	41,74
10	ε_c (‰)	3,50			
11	ε_s (‰)	10,00			

FIGURA 19

Célula	Fórmula
Bi (exceto B5)	Input – dados fornecidos pelo usuário
B5	=B3-B4
E2	=((B10)/(B10+B11))*B5
E3	=E2/B5
E4	=1-(0,4*E3)
E5	=SE(B10>=3,5;1;SE(2<B10<3,5;(1,25*(1-(2/(3*B10))))); (1,25*(B10/2)*(1-(B10/(3*2))))))
E6	=0,688*E3*E4*E5
E7	=B5-(0,4*E2)
E8	=E6*B2*(B5^2)*((B8*100)/1,4)
E9	=E8/(E7*(B9/100))

Obs.: Veja as expressões apresentadas no item 8.2.8 (pág. 76).

Nesta planilha são usados os valores de 3,5‰ e 10,00‰ para ϵ_c e ϵ_s respectivamente, para obtermos o valor de M_d de uma viga normalmente armada.

b) Planilha "Método Novo"

	A	B	C	D	E
1	Secção			Concreto	
2	b_w (m)	0,50		γ	1,0
3	h (m)	1,00		f_c (MPa)	21,43
4	d' (m)	0,05		N_{cd} (tf)	181,56
5	d (m)	0,95			
6				Aço	
7	Materiais			f_y (MPa)	435,00
8	f_{ck} (MPa)	30		A_s (cm²)	41,74
9	f_{yd} (MPa)	435		N_{cd} (tf)	181,56
10	ε_c (‰)	3,50			
11	ε_s (‰)	10,00		z (m)	0,85
12				M_d (m.tf)	154,59
13	Máximos				
14	ε_c (‰)	3,50		x (m)	0,25
15	ε_s (‰)	10,00		k_x	0,259

FIGURA 20

Célula	Fórmula
B1 a B5	'Método Tradicional'!Bi
B8 e B9	'Método Tradicional'!Bi
B10 e B11	Valores determinados através do Solver para atingir o valor de M _d pré-determinado
B14 e B15	Intervalos das células B10 e B11 respectivamente (viga normalmente armada)
E2	=SE(B10=3,5;1;SE(2<B10<3,5;(1,25*(1-(2/(3*B10)))));(1,25*(B10/2)*(1-(B10/(3*2))))))
E3	=SE(B10>=2;(B8/1,4);(B8/1,4)-((B8/1,4)/4)*((2-B10)^2))
E4	=0,688*E3*100*E2*B2*B5*(B10/(B10+B11))
E7	=SE(B11<2,07;((B11/2,07)*(B9));(B9))
E8	=E12/(E11*(E7/100))
E9	=E8*(E7/100)
E11	=B5*(1-(0,4*(B10/(B10+B11))))
E12	=E4*E11
E14	=((B10)/(B10+B11))*B5
E15	=E14/B5

Obs.: Veja as expressões apresentadas no item 8.2.8 (pág. 76).

c) Planilha "Resultados"

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		M_d (m.tf)	ϵ_c (‰)	ϵ_s (‰)	Ψ	f_c (MPa)	N_{ed} (tf)	f_y (MPa)	N_{sd} (tf)	A_s (cm ²)	A_s/A_c	z (m)	x (m)	k_x
2	10%	15,46	0,85	9,91	0,46	14,32	16,80	435	16,80	3,86	0,08%	0,920	0,075	0,079
3	20%	30,92	1,14	9,90	0,58	17,46	33,95	435	33,95	7,80	0,16%	0,911	0,098	0,103
4	30%	46,38	1,26	7,98	0,62	18,53	51,65	435	51,65	11,87	0,24%	0,898	0,130	0,137
5	40%	61,84	1,47	8,08	0,69	19,91	69,36	435	69,36	15,95	0,32%	0,892	0,146	0,154
6	50%	77,30	1,68	8,30	0,76	20,89	87,25	435	87,25	20,06	0,40%	0,886	0,160	0,169
7	60%	92,76	1,65	6,19	0,75	20,77	106,60	435	106,60	24,51	0,49%	0,870	0,200	0,210
8	70%	108,21	1,63	4,79	0,74	20,68	126,75	435	126,75	29,14	0,58%	0,854	0,241	0,253
9	80%	123,67	2,05	6,33	0,84	21,43	144,29	435	144,29	33,17	0,66%	0,857	0,232	0,244
10	90%	139,13	1,99	5,04	0,83	21,43	165,18	435	165,18	37,97	0,76%	0,842	0,269	0,283
11	91%	140,68	3,27	9,66	0,93	21,43	164,76	435	164,76	37,88	0,76%	0,854	0,240	0,253
12	92%	142,22	3,34	9,63	0,93	21,43	166,91	435	166,91	38,37	0,77%	0,852	0,245	0,258
13	93%	143,77	2,91	8,40	0,94	21,43	168,69	435	168,69	38,78	0,78%	0,852	0,244	0,257
14	94%	145,32	2,93	8,32	0,94	21,43	170,74	435	170,74	39,25	0,78%	0,851	0,247	0,260
15	95%	146,86	2,95	8,24	0,94	21,43	172,79	435	172,79	39,72	0,79%	0,850	0,250	0,263
16	96%	148,41	2,96	8,16	0,94	21,43	174,85	435	174,85	40,20	0,80%	0,849	0,253	0,266
17	97%	149,95	2,98	8,08	0,94	21,43	176,91	435	176,91	40,67	0,81%	0,848	0,256	0,269
18	98%	151,50	3,00	8,00	0,94	21,43	178,99	435	178,99	41,15	0,82%	0,846	0,259	0,273
19	100%	154,59	3,50	10,00	1,00	21,43	181,56	435	181,56	41,74	0,83%	0,851	0,246	0,259
20	116%	178,89	3,50	7,92	1,00	21,43	214,61	435	214,61	49,34	0,99%	0,834	0,291	0,306

FIGURA 21

Célula	Fórmula
Di	=Ei/\$E\$2
Ei	=Ji*Ni
Fi	Input (Solver)
Gi	Input (Solver)
Hi	=SE(Fi>=3,5;1;SE(2<Fi<3,5;(1,25*(1-(2/(3*Fi)))));(1,25*(Fi/2)*(1-(Fi/(3*2))))))
Ii	=SE(Fi>=2;(\$B\$8/1,4);(\$B\$8/1,4)-((\$B\$8/1,4)/4)*((2-Fi)^2))
Ji	=0,688*(Ii*100)*Hi*\$B\$2*\$B\$5*(Fi/(Fi+Gi))
Ki	=SE(Gi<2,07;((Gi/2,07)*(\$B\$9));(\$B\$9))
Li	=Ei/(Oi*(Ki/100))
Mi	=Li/(10000*\$B\$2*\$B\$3)
Ni	=Li*(Ki/100)
Oi	=\$B\$5*(1-(0,4*(Fi/(Fi+Gi))))
Pi	=(Fi)/(Fi+Gi)*\$B\$5
Qi	=Pi/\$B\$5

Obs.: Veja as expressões apresentadas no item 8.2.8 (pág. 76).

Apesar da planilha apresentar os valores de $\varepsilon_c = 3,50 \%$ e $\varepsilon_s = 10,00 \%$ para M_d máximo, com o programa Solver não foi possível atingir valores de ε_c e ε_s para o valor de M_d igual a 154,59 m.tf. O valor máximo atingido pelo programa para M_d foi 178,89 m.tf (116%), com a condição do solver atingir o valor máximo para M_d .

Montou-se uma planilha de Excel da mesma maneira que na primeira etapa sendo que A_s da viga variava de acordo com a variação de M_d .

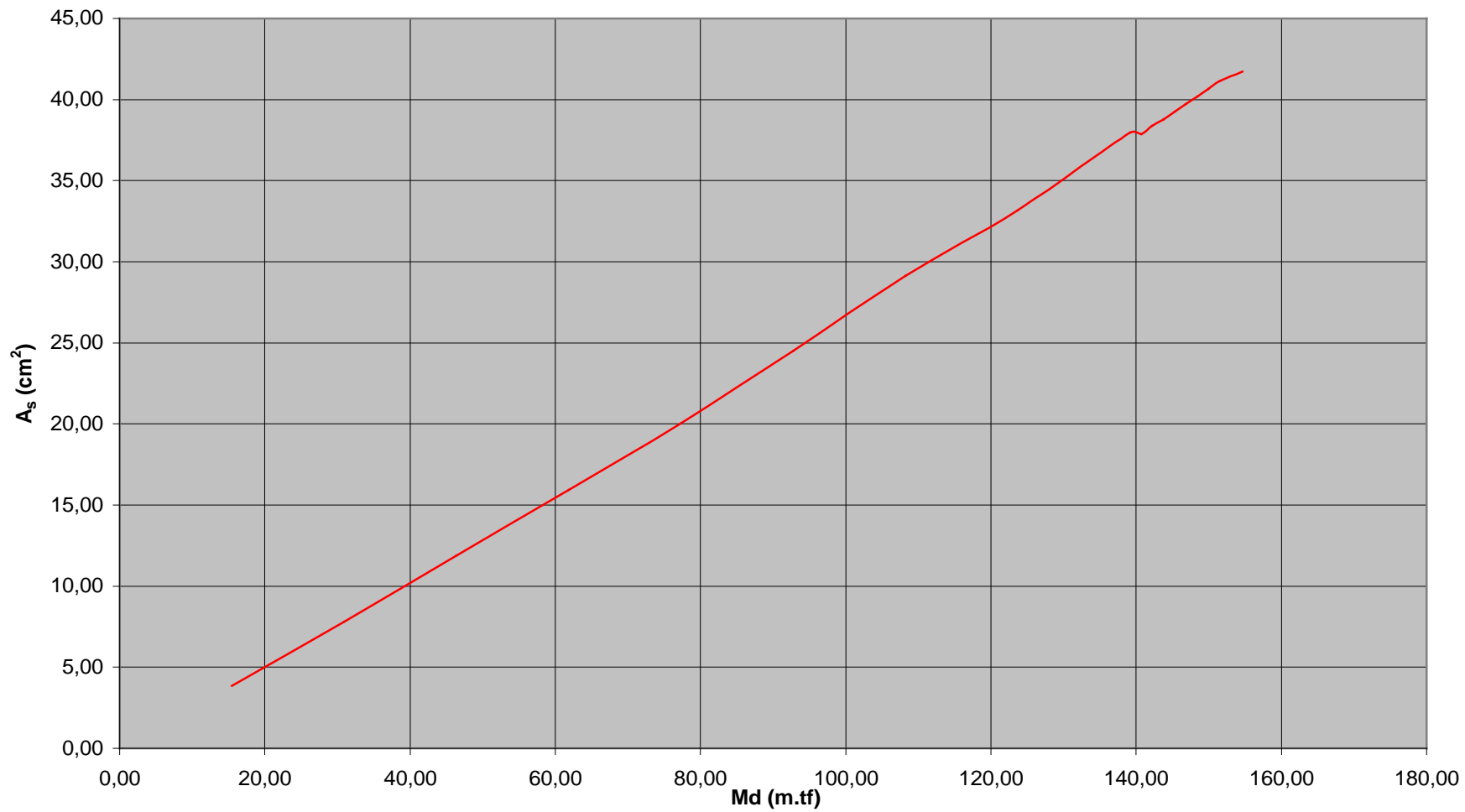
Através deste ensaio virtual verificamos a não proporcionalidade entre os valores de M_d , ε_c e ε_s . A única proporcionalidade observada foi entre M_d e A_s , que podemos observar no gráfico deste item.

Foi feita a variação do momento de 10% em 10% até 90% de seu valor e a partir daí, variando-o de 1% em 1% até a totalidade de seu valor.

Dentro do Solver, definimos qual o valor de momento que desejávamos obter, valores que deveriam variar (ε_c e ε_s) e definimos também suas condições. As condições foram as de que $\varepsilon_c \leq 3,50 \%$, $\varepsilon_s \leq 10,00 \%$ e as equações: $N_{cd} = N_{sd}$ e $M_{di} = M_{de}$. Com isso além de obtermos os valores de ε_c e ε_s , obtivemos os valores de z , x , k_x , Ψ , f_c e f_y .

A partir da solução do problema apresentamos o único gráfico que apresenta proporcionalidade, $M_d \times A_s$ e através disto em conjunto com a tabela de resultados podemos fazer algumas observações.

Gráfico M_d x A_s



8.4.2. Observações

8.4.2.1. Primeira Etapa

a) No gráfico $M_d \times \varepsilon_c$, o primeiro trecho apresenta-se praticamente linear e a partir de uma porcentagem de 93% do momento último, a relação permanece praticamente constante, assim, o gráfico simplificado poderia ser modelado por uma função linear crescente seguida de um trecho constante.

b) A mesma observação poderia ser feita com relação ao gráfico $M_d \times \varepsilon_s$, já que o aço utilizado foi um aço do tipo A.

c) O gráfico $M_d \times f_c$ apresenta duas curvas e a 98% do momento final, o mesmo se apresenta constante, isso pode ser explicado pelo fator Ψ , que transforma a área de concreto de uma parábola em um retângulo. O trecho constante do mesmo significa que o concreto atingiu sua resistência característica.

d) Já o gráfico $M_d \times f_y$, é uma função linear até uma porcentagem de 93% do momento último e depois se mantém constante a partir de 98% do mesmo, já que não há nenhum fator de correção da área do aço. Este trecho constante significa que o aço atingiu sua tensão de escoamento.

e) No gráfico $\varepsilon_s \times \varepsilon_c$ a não linearidade entre ε_s e ε_c fica evidente, onde visualizamos a “derrapagem” de ε_c e ε_s sem um aumento proporcional de M_d .

f) O gráfico $f_c \times f_y$ apresenta a forma de uma parábola até 98% do momento último, quando os valores de f_y apresentam-se constantes.

8.4.2.2. Segunda Etapa

a) Com o aumento do Momento de Cálculo (M_d), a área de aço (A_s) aumenta proporcionalmente, ou seja, há uma relação linear entre ambos.

b) Porém, com as demais variáveis, esta relação não é observada.

c) Como na primeira etapa o programa não conseguiu atingir $\varepsilon_c = 3,50 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_s = 10,00 \text{ ‰}$ e atinge valores próximos a estes para um valor de 98% de M_d , o que nos leva a valores $\varepsilon_c = 3,00 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_s = 8,00 \text{ ‰}$. Para momentos maiores que o

Momento de Cálculo (M_d), a viga se apresenta sub-armada, já que ε_s não atinge $\varepsilon_s = 10,00\%$.

c) Outra constatação para esta situação é que para ε_c aumenta até $3,50\%$ e ε_s diminui atingindo o valor de $7,92\%$ para um valor máximo de M_d de $178,89$ m.tf necessitando de $49,34$ cm² de área de aço, maior que o valor de A_s no primeiro caso e lógico necessitando de armadura de compressão.

8.4.3. Conclusão

8.4.3.1. Primeira Etapa

Para que $M_{di} = M_{de}$, ocorre um aumento de z , mesmo sem ocorrer o aumento de $N_{cd} = N_{sd}$.

8.4.3.2. Segunda Etapa

Para os valores de M_d entre $15,46$ m.tf (10%) e $77,30$ m.tf (50%) o aço é o material mais solicitado, significando viga subarmada, apresentando $\varepsilon_s \approx 10\%$. Entre os valores de M_d de $92,76$ m.tf (60%) e $139,13$ m.tf (90%), a viga se apresenta tendendo a superarmada pois ε_c e ε_s possuem valores abaixo dos seus limites. A partir do valor de $140,68$ m.tf (91%) para M_d os dois materiais são solicitados próximos de seus limites, porém enquanto ε_c atinge $3,5\%$ ε_s decresce ao valor de $7,92\%$ para o $M_{d \text{ Max}}$ de $178,89$ m.tf (116%).

8.5. CONCEITO DO PRÉ-ALONGAMENTO

No cálculo de peças em concreto armado, o dimensionamento é feito considerando os estados limites últimos e posteriormente são verificados os estados limites de utilização.

No cálculo de peças de concreto protendido, o dimensionamento é feito considerando os estados limites de utilização e, posteriormente, são verificados os estados limites últimos. Assim, durante a fase de dimensionamento, são empregados no cálculo os valores característicos das ações e das resistências dos materiais, ou seja, sem coeficientes de ponderação. Para a verificação dos estados limites últimos são então aplicados os coeficientes de ponderação tanto sobre as cargas como sobre as resistências, obtendo-se assim seus valores de cálculo.

Os tipos de ruptura que ocorrem nas vigas protendidas com cabos aderentes são os mesmos que ocorrem nas vigas de concreto armado. Assim, para peças de concreto protendido, com aderência inicial ou posterior, o cálculo deve ser feito conforme as indicações da NBR 6118, ressalvadas as exigências da NBR 7197 e considerando o efeito da protensão.

O dimensionamento da armadura passiva no concreto protendido é feito semelhante ao utilizado para peças de concreto armado. No estágio de ruptura, a armadura protendida funciona como uma armadura de tração, de maneira idêntica à armadura das peças de concreto armado. A diferença principal consiste no pré-alongamento.

Quando as armaduras são a primeira causa da ruptura, mas não falham prematuramente, a capacidade resistente aproveitável f_y está limitada pela deformação crítica para a qual o alongamento ϵ_s do aço, contado a partir do momento em que se iniciam as trações no concreto, não deve ultrapassar 10‰, o qual equivale a umas 10 fissuras de 1mm de largura, por metro.

A limitação do alongamento ϵ_s é válida para as armaduras situadas junto ao bordo. Se uma parte das armaduras ocupa uma posição bem mais alta, haverá que tomar-se o correspondente alongamento no diagrama linear de deformações ao alcançar o estado crítico.

Nas armaduras protendidas, este alongamento se superpõe ao alongamento de tensão ϵ_a , o qual é modificado em parte pela retração e pela fluência, e também pelo alongamento devido as cargas, até o princípio das trações no concreto na fibra na altura do cabo de protensão, ou seja até que $\sigma_c=0$. Designaremos abreviadamente este " alongamento preliminar" por pré-alongamento, ϵ_a^* .

Distribuição de Tensão ao Longo da Seção de Máximo Momento

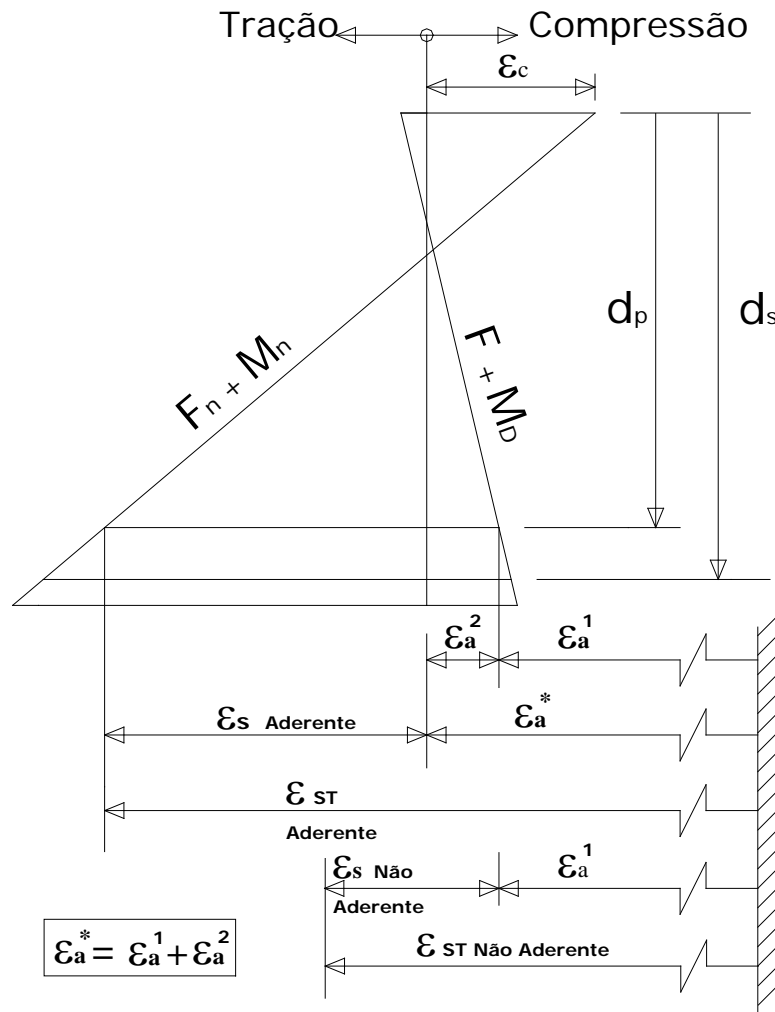


FIGURA 22

Na ausência de cargas aplicadas, a tensão no concreto é causada pela força de pré-alongamento (após todas as perdas), ρN . A distribuição de tensão devido ao pré-alongamento é ilustrada na Fig.22. A tensão de compressão no concreto devido ao pré-alongamento, ϵ_{a2} , em relação à força de pré-alongamento é determinada por:

$$\sigma_c = \left(\frac{\rho N}{A} + \frac{\rho N \times e}{J/e} \right) \quad \text{e} \quad \epsilon_{a2} = \frac{1}{E_c} \left(\frac{\rho N}{A} + \frac{\rho M_p \times e}{J} \right)$$

onde MP é o momento devido ao pré-alongamento e proveniente da protensão. Em uma determinada estrutura, $MP=Pe$. Em uma estrutura indeterminada, efeitos secundários irão, em geral, mudar MP para Pe. Entretanto, deformações plásticas podem ocorrer podendo neste caso tratar a estrutura como determinada. Na ausência de um estudo mais detalhado, um detalhamento

conservador da seção pode ser determinado considerando os possíveis valores para MP .

Como a força na Fig.22 está a uma excentricidade positiva, o momento devido ao pré-alongamento é positivo e o momento aplicado correspondente normalmente seria negativo, pois o pré-alongamento geralmente é oposto ao momento aplicado. Porém, a situação de menor excentricidade positiva e momento positivo é considerada primeiro na Fig.22. A última distribuição de tensão correspondente é ilustrada na Fig.22, sendo a tensão na seção devido apenas ao pré-alongamento no ELU de (encurtamento):

$$\varepsilon_a^{(*)} = - \frac{\rho N}{A E}$$

onde A é a área do aço e E é seu modulo de elasticidade.

A NBR 7197 permite que o pré-alongamento seja calculado através da equação__ sempre que a sollicitação normal devido ao peso próprio e as outras ações mobilizadas pela protensão forem inferiores a 90% da sollicitação total em serviço admitida no projeto.

8.6. COMPORTAMENTO REAL DAS PEÇAS EM CP NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Conforme mencionado em capítulos anteriores, as peças em concreto armado diferem das peças de concreto protendido, principalmente sob o ponto de vista do comportamento real destas.

8.6.1 Comportamento Real do Concreto Armado

Partindo-se da premissa da estrutura em concreto estar normalmente armada e considerando-se como pré-determinado os valores do f_{ck} , A_s (área de aço), b (largura da peça) e d (distância do bordo mais comprimido até o centro de gravidade das barras de aço), obtêm-se o valor de M_d (momento atuante de projeto). Dispondo-se das equações de equilíbrio ($\sum M = 0$ e $\sum N = 0$), é possível obter-se o valor das deformações no concreto e no aço (ϵ_c e ϵ_s respectivamente).

Tal determinação é de grande importância, uma vez que, estando-se a peça normalmente armada, as deformações máximas no concreto e no aço devem ser de:

$$\epsilon_c^{\text{máx}} = 3,5\% \text{ e } \epsilon_s = 10,0\%.$$

8.6.2 Comportamento Real do Concreto Protendido

A principal diferença entre as peças de concreto armado e protendido se deve ao pré-alongamento existente nesta última (como visto anteriormente), devendo este ser incluído nos cálculos acarretando em um aumento na área de aço (A_s).

Este pré-alongamento gera um aumento de deformação no aço, o que faz com que ϵ_s aumente.

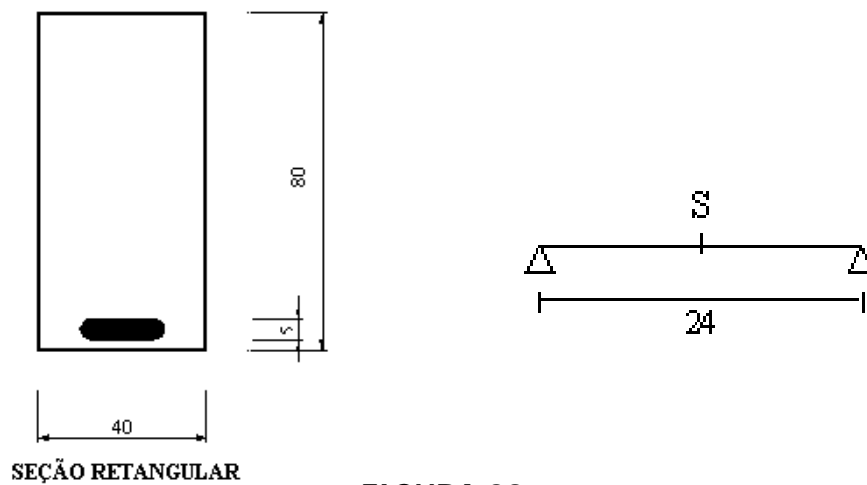
Conforme visto na figura 22 (distribuição de tensão ao longo da seção de máximo momento), o valor deste aumento de deformação dependerá da aderência do aço.

8.7. CÁLCULO PRÁTICO DAS PEÇAS EM CONCRETO ESTRUTURAL

Para demonstrar tudo o que foi estudado nos itens anteriores, iremos desenvolver dois exemplos práticos, o de uma viga com seção retangular e de uma viga de perfil I.

8.7.1- Exemplo do Cálculo de Viga de Seção Retangular

a) Dados:



Resistência característica do concreto: $f_{ck} \geq 30$ MPa

Tipo de aço: CA 50-A

Cobrimento da armadura: $c = 5.0$ cm

Seção considerada: S no meio do vão (extensão do vão = 20 m).

b) Cargas Atuantes:

As cargas atuantes são:

Peso Próprio do Concreto Armado = $\gamma_{\text{concreto}} \times S = 2.5 \times 0.40 \times 0.80 = 0.80$ t/m

onde: $\gamma_{\text{concreto}} = 2.50$ tf/m³

$S = \text{área da peça} = 0.40 \times 0.80 = 0.32$ m²

Sobrecarga Permanente = 0.50 t/m

Sobrecarga Acidental = 0.30 t/m

c) Esforços na Seção S:

Na seção S no meio do vão serão calculados os momentos atuantes:

Carregamento	M (mtf)
Peso Próprio	57.6
Sobrecarga Permanente	36.0
Sobrecarga Acidental	21.6

$$\text{onde } M = q \times \frac{l^2}{8} \quad (\text{mtf})$$

q = carregamento atuante (tf)

l = vão (m)

d) Verificação no Estado Limite Último:

No cálculo do estado limite último, será verificada a capacidade do concreto em resistir aos esforços atuantes.

$$\text{Momento de cálculo: } M_d = \gamma_f \times \Sigma M = 1,4 \times (57,6 + 36 + 21,6)$$

$$M_d = 161,28 \text{ mt}$$

onde $\gamma_f = 1,4$ (coeficiente de majoração dos esforços)

$f_{cd} = 3000/1,4 = 2142,8 \text{ tf/m}^2$, onde $\gamma_c = 1,4$ (coeficiente de minoração do concreto)

$$k_{md} = \frac{M_d}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{161,28}{0,40 \times 0,75 \times 2142,8} = 0,25 \quad \left\{ \begin{array}{l} k_x = 0,448 \\ k_z = 0,821 \\ \epsilon_s = 4,35 \% \\ x = k_x \times d = 0,33 \text{ m} \end{array} \right.$$

Os valores de k_x , k_z e ϵ_s foram retirados da tabela de flexão.

O momento resistido pela seção concreto será:

$$M_{sd} = N_{cd} \times z = \{0,85 \times 2142,8 \times (0,8 \times 0,33) \times 0,40\} \times (0,85 - 0,165) = 131,75 \text{ mtf}$$

O momento resistido pela seção de aço de protensão:

$$\Delta M_d = M_d - M_{sd} = 161,28 - 131,75 = 29,53 \text{ mtf}$$

$$k_{md} = \frac{M_d}{b_w \times d_2 \times f_{cd}} = \frac{29,53}{0,40 \times 0,75 \times 2142,8} \cong 0,05\text{m} \quad k_x = 0,076$$

$$k_z = 0,970$$

$$\epsilon_s = 10 \text{ ‰}$$

$$z = k_z \times d = 0,72$$

Distribuição de Tensão ao Longo da Seção de Máximo Momento

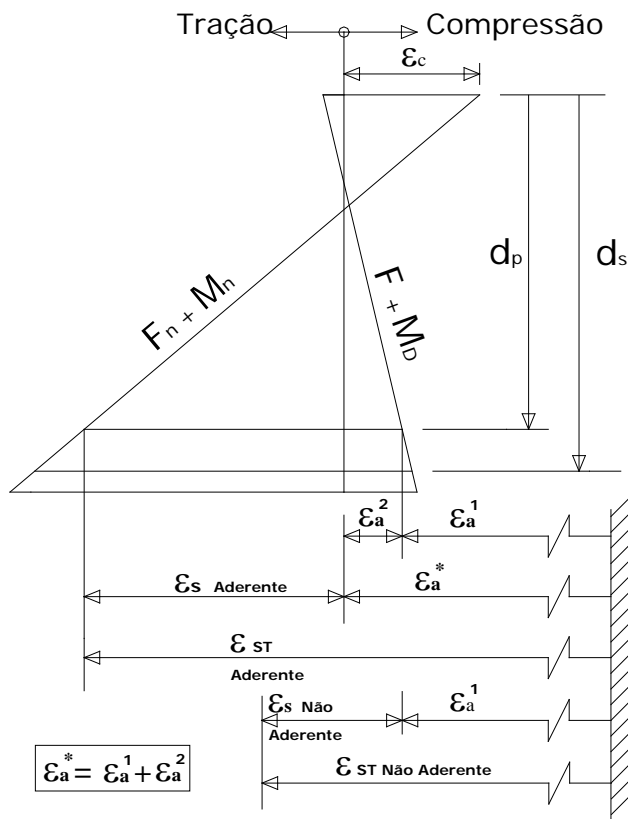


FIGURA 24

ϵ_c = encurtamento do concreto

ϵ_s = alongamento do aço

ϵ_a^* = pré alongamento do aço

$$\varepsilon A^* = \frac{11000}{1980} = 5,5 \text{ ‰}, \text{ onde: } EA = 1980 \text{ tf/cm}^2$$

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_s + \varepsilon A^* = 10 \text{ ‰} + 5,5 \text{ ‰} = 15,5 \text{ ‰}$$

$$A_s = \left(\frac{\Delta M_{sd}}{z} + \frac{M_{sd}}{f_{yd}} \right) = \left(\frac{32.58}{0.69} + \frac{128.70}{15} \right) \times 1 = 11.73 \text{ m}^2$$

$$A_s = 22,6 \text{ cm}^2 \quad (\text{onde } A_s \leq A_{s\text{ec}})$$

Armadura necessária:

Força de protensão:

Distâncias aos bordos:

$$\begin{cases} y_i = 80 - 33 = 47 \text{ cm} \\ y_s = 33 \text{ cm} \end{cases}$$

$$w_i = S \times y_i = 0.32 \times 0.47 = 0.08 \text{ cm}^3 \rightarrow w_i \geq \frac{\Delta M_s}{2} = \frac{29.53}{2} = 0.015 \text{ cm}^3$$

$$\frac{2}{2/3f_{ck}} = 2000$$

$$w_s = S \times y_s = 0.32 \times 0.33 = 0.05 \text{ cm}^3$$

$$e = y_i - 10 \text{ cm} = 37 \text{ cm}$$

$$N = \sum \sigma_i = 1200 = 154.84 \text{ tf} \quad \therefore \quad 14 \text{ cordoalhas de } \phi 1/2''$$

$$\frac{1}{S} + \frac{e}{W_i} = \frac{1}{0.32} + \frac{0.37}{0.08}$$

$$\text{adotado: } 2 \text{ cabos } 7\phi 1/2'' \rightarrow A_{s\text{ec}} = 14 \text{ cm}^2$$

Caso $A_s \geq A_{s\text{ec}}$, deveria ser calculada uma área de aço doce.

8.7.2- Exemplo do Cálculo de Viga I

a) Dados

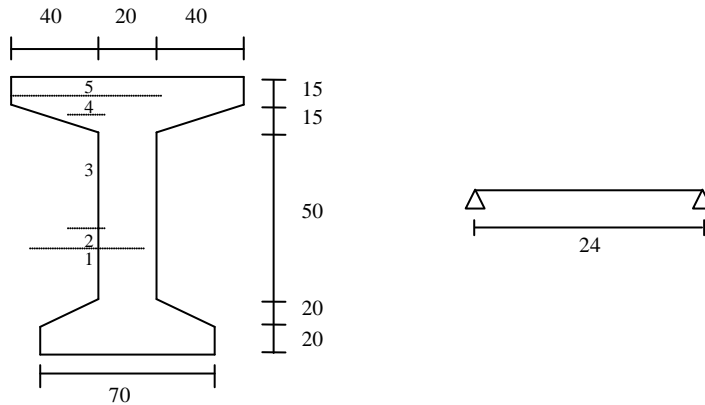


FIGURA 24

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

Seção no meio do vão

$$\text{Área de aço de protensão} = 24,0 \text{ cm}^2$$

$$S = 0,57 \text{ m}^2$$

b) Cargas

$$\text{Peso Próprio} = 2,5 \text{ t/m}^3 \times 0,57 \text{ m}^2 = 1,4 \text{ t/m}$$

$$\text{Sobrecarga Permanente} = 0,8 \text{ t/m}$$

$$\text{Sobrecarga Acidental} = 1,2 \text{ t/m}$$

c) Esforços na Seção

Para calcular os esforços na seção consideramos o momento no meio do vão = $\frac{ql^2}{8}$

8

	M
Peso Próprio	1 00,8
Sobrecarga Permanente	5 7,6
Sobrecarga Acidental	8 6,4

d) Verificação do Estado Limite Último

Diagrama de força/deformação do aço e concreto

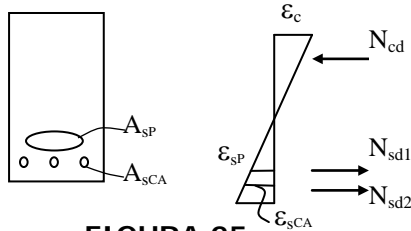


FIGURA 25

ϵ_c – coeficiente de deformação do concreto
 ϵ_{sP} – coeficiente de deformação do aço de protensão
 ϵ_{sCA} – coeficiente de deformação do aço normalmente armado
 A_{sP} – Área de armadura de aço para protensão
 A_{sCA} – Área de armadura de aço normalmente armado
 N_{cd} – Reação de compressão resistido pelo concreto
 N_{sd1} – Reação de tração resistido pelo aço de protensão
 N_{sd2} – Reação de tração resistido pelo aço normalmente armado

A partir do momento total aplicado vezes o fator de segurança de 1,4, encontramos o momento para cálculo.

$$M_d = 1,4 (100,8 + 57,6 + 86,4)$$

$$M_d = 342,7 \text{ mt}$$

A resistência de cálculo à compressão do concreto é calculada dividindo a seu valor característico,

dado no início do problema, pelo coeficiente de segurança.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{3000}{1,4} = 2142,8$$

Cálculo do Momento Reduzido

$$K_{md} = \frac{M_d}{b d^2 f_{cd}} = \frac{342,7}{1,0 \times 1,1^2 \times 2142,8} = 0,13$$

$$k_x = 0,215$$

$$k_z = 0,91$$

$$\epsilon_s = 10 \text{ ‰}$$

$$x = 0,24 \text{ m} > 0,225 \text{ m}$$

Valores obtidos
 a partir de K_{md} , na
 tabela descrita em
 itens anteriores.

Como a Linha Neutra está abaixo da mesa de compressão, teremos que utilizar a combinação de duas parcelas, mesa comprimida e seção retangular, conforme desenho:

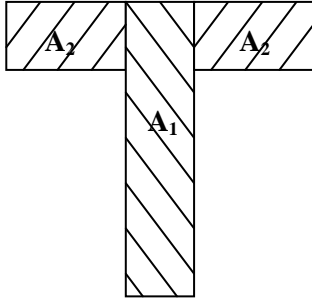


FIGURA 26

Cálculo da Reação de Compressão do Concreto

$$N_{cd1} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b = 327,8 \text{ mt}$$

$$N_{cd1} = 0,85 \times 2142,8 \times 0,8 \times 0,225 \times 1,0 = 327,8 \text{ mt}$$

Cálculo da distância entre a resultante da reação do aço e a reação do concreto:

$$z = d - \frac{x}{2}$$

$$z = 110 - \frac{22,5}{2} = 0,9875$$

Para o cálculo do momento resistido na mesa, podemos fazer:

$$M_{sd1} = N_{cd1} \times z = 327,8 \times 0,9875 = 323,6 \text{ mt}$$

A diferença entre o momento total e o momento resistido na mesa, nos dá o momento resistido pela alma.

$$\Delta M_{sd} = M_d - M_{sd1}$$

$$\Delta M_{sd} = 342,7 - 323,6 = 19,1 \text{ mt}$$

Calculamos agora o momento reduzido na alma, da mesma forma como foi calculado acima

$$K_{md} = \frac{\Delta M_{sd}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{19,1}{1,0 \times 1,1^2 \times 2142,8} = 0,01$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_x = 0,05 \\ k_z = 0,98 \\ \varepsilon_s = 10 \text{ ‰} \\ x = 1,08 \text{ m} \end{array} \right.$$

Cálculo do Pré-alongamento

Tensão no aço depois das perdas = $1100 \text{ t/m}^2 f_{ydP}$

$$\varepsilon_A = \frac{\sigma_A}{EA} = \frac{11000}{1980} = 5,5 \text{ ‰}$$

$$EA = 1980$$

$$\varepsilon_{pré} = \varepsilon_s + \varepsilon_A$$

$$\varepsilon_{pré} = 10 \text{ ‰} + 5,5 \text{ ‰} = 15,5 \text{ ‰}$$

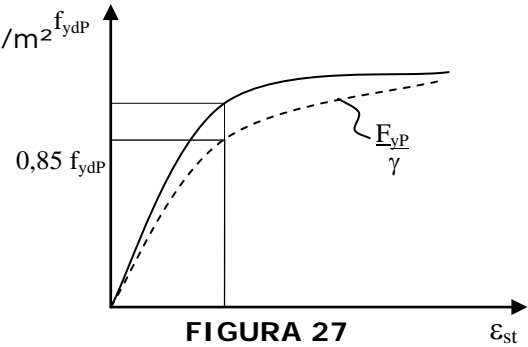


FIGURA 27

Cálculo da armadura de protensão

$$\left(A_{sp} = \frac{\Delta M_{sd}}{z} \right) + N_{cd} \frac{1}{f_{ypd}}$$

$$A_{sp} = \frac{19,1}{0,987} + 327,8 \times \frac{1}{15,4}$$

$$A_{sp} = 40,6 \text{ cm}^2$$

Comparando a armadura de protensão exigida com a armadura existente dada no início do problema temos: $A_{sp} > A_{s \text{ exit}}$

Como $A_{sp} > A_{s \text{ exit}}$, temos que calcular uma área complementar de aço doce, ΔA :

$$\Delta A = A_{sp} - A_{s \text{ exit}}$$

$$\Delta A = 40,6 - 24,0 = 16,6 \text{ cm}^2$$

$$\Delta N = \Delta A \times f_{ypd}$$

$$\Delta N = 16,6 \times 15,4 = 255,64 \text{ t}$$

Área de armadura final para aço CA50

$$A_s = \frac{\Delta N}{f_{ypd}}$$

$$A_s = \frac{255,64}{4,35} = 58,8 \text{ cm}^2$$